

SÉRIE A, N° 728

N° D'ORDRE :
1494.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. E. CAUDRELIER.

Ancien Ingénieur des Ponts et Chaussées.

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES INDUCTEURS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

10 Mars
Soutenues le ~~février~~ 1913, devant la Commission d'Examen.

MM. P. APPELL, *Président.*

E. BOUTY, }
A. HALLER, } *Examineurs.*

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Quai des Grands-Augustins, 55.

1913

IE A, N° 728.

D'ORDRE :
1494.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR

M. E. CAUDRELIER,

Ancien Ingénieur des Ponts et Chaussées.

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES INDUCTEURS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

10 Mars
Soutenues le **février 1913**, devant la Commission d'Examen.

MM. P. APPELL, *Président.*

E. BOUTY, *Examineurs.*
A. HALLER, }



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1913

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

	MM.	
Doyen.....	P. APPELL, Professeur..	Mécan. analytique et Mécan. céleste.
Doyen honoraire.....	G. DARBOUX.....	Géométrie supérieure.
Professeurs honoraires.	CH. WOLF.	
	J. RIBAN.	
	LIPPMANN.....	Physique.
	BOUTY.....	Physique.
	BOUSSINESQ.....	Physique mathématique et Calcul des probabilités.
	PICARD.....	Analyse supérieure et Algèbre sup.
	Y. DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. compar.
	Gaston BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	KENIGS.....	Mécanique phys. et expérimentale.
	VÉLAIN.....	Géographie physique.
	GOURSAT.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	HALLER.....	Chimie organique.
	JOANNIS.....	Chimie (Enseignement P. C. N.).
	JANET.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	WALLERANT.....	Minéralogie.
	ANDOYER.....	Astronomie.
	PAINLEVÉ.....	Mécanique rationnelle.
Professeurs.....	HAUG.....	Géologie.
	HOUSSAY.....	Zoologie.
	H. LE CHATELIER.....	Chimie.
	Gabriel BERTRAND.....	Chimie biologique.
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale.
	CAULLERY.....	Zool. (Évolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ.....	Chimie appliquée.
	G. URBAIN.....	Chimie.
	Émile BOREL.....	Théorie des fonctions.
	MARCHIS.....	Aviation.
	Jean PERRIN.....	Chimie physique.
	G. PRUVOT.....	Zoologie, Anatomie, Physiol. comp.
	MATRUCHOT.....	Botanique.
	H. ABRAHAM.....	Physique.
	CARTAN.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	Cl. GUICHARD.....	Mathématiques générales.
	N.....	Applicat. de l'Analyse à la Géométrie.
	N.....	Histologie.
	PUISEUX.....	Mécanique et Astronomie.
	LEDUC.....	Physique.
	MICHEL.....	Minéralogie.
	HEROUARD.....	Zoologie.
	Léon BERTRAND.....	Géologie.
	Rémy PERRIER.....	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
Professeurs adjoints...	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.
	COTTON.....	Physique.
	LESPIEAU.....	Chimie.
	GENTIL.....	Pétrographie.
	SAGNAC.....	Physique (Enseignement P. C. N.).
	PEREZ.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés).
Secrétaire.....	D. TOMBECK.	

A

MONSIEUR APPELL,

MEMBRE DE L'INSTITUT.

Hommage respectueux.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

A

MONSIEUR BOUTY,

MEMBRE DE L'INSTITUT.

Hommage respectueux

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE I.

	Pages.
HISTORIQUE	1

CHAPITRE II.

Du maximum de longueur des étincelles produites par un inducteur.

Description des appareils.....	12
Divergence entre les résultats obtenus par MM. Walter, Mizuno et Klingelfuss, et théorie nouvelle.....	14
Confirmation expérimentale de la théorie.....	18
Justification des calculs.....	18

CHAPITRE III.

Sur la constitution de l'étincelle produite par les inducteurs. Les traits brillants.

Appareils et méthodes d'observation.....	21
Les traits brillants.....	21
Hypothèses faites et discussion de ces hypothèses.....	21
Théorie. Exposé	24
Mise en équations : Équations indéfinies.....	26
» » aux limites.....	27
Existence des traits brillants.....	28
Remarque sur l'équation de Gauss et nouvelle démonstration de l'existence des traits brillants.....	29
Influence de la longueur de l'étincelle, de la capacité et de l'intensité primaires.....	33
Influence de la longueur de l'étincelle.....	39
Vérification expérimentale.....	43

CHAPITRE IV.

Sur la constitution de l'étincelle produite par les inducteurs. La nappe violette.

Constitution de la nappe violette	4
Première expérience. — Mise en évidence d'oscillations de haute fréquence dans les conducteurs métalliques.....	47

	Pages.
<i>Deuxième expérience. — Décomposition de la nappe violette et mesure de la fréquence des oscillations qui la constituent</i>	48
Retour aux traits lumineux. Rapprochement des traits lumineux sous l'action d'une soufflerie.....	49
Explication de ce phénomène.....	50

APPENDICE I.

Démonstration de l'existence des traits lumineux. Cas général.....	53
--	----

APPENDICE II.

Mesures effectuées sur trois bobines d'induction.

1. Méthodes.....	56
2. Caractéristiques des appareils et résultats des mesures.....	59
RÉSUMÉ GÉNÉRAL.....	61

PREMIÈRE THÈSE.

CONTRIBUTION

A

L'ÉTUDE DES INDUCTEURS.

CHAPITRE I.

HISTORIQUE.

La bobine d'induction a déjà fait l'objet de nombreux travaux ; les recherches auxquelles je me suis livré m'ont permis, d'une part, de préciser quelques points restés en discussion et, d'autre part, de mettre en lumière certains phénomènes nouveaux que les théories adoptées jusqu'à ce jour ne pouvaient expliquer avec clarté.

Dans le premier Chapitre de ce travail, je me suis proposé de résumer les travaux de mes prédécesseurs sur chacun des sujets que j'ai abordés et d'indiquer dans quel état se trouvaient, au moment où j'ai entrepris mes études, les diverses questions que j'allais traiter.

Les Chapitres suivants feront voir les points que j'ai éclaircis et le chemin que j'ai parcouru.

La bobine d'induction. — Les lois de l'induction énoncées par Faraday montrent que, pour accroître la force électromotrice développée dans un circuit métallique, il faut augmenter l'intensité et la rapidité de variation du flux qui traverse ce circuit. Dans cet esprit, Henry et Dal Negro d'abord, puis Masson et Bréguet

effectuèrent au début du XIX^e siècle d'intéressants essais; toutefois ce n'est vraiment qu'avec Ruhmkorff et Page que la bobine d'induction devint un appareil d'un usage sûr et commode.

Ces physiciens utilisaient deux circuits distincts montés sur le même noyau de fer et servant, le premier, à créer le flux d'induction et, le second, à recueillir la force électromotrice induite par ses variations. On ne tarda pas à s'apercevoir qu'un arc s'allumait au point de rupture du circuit inducteur et qu'en prolongeant le courant magnétisant, ce qui rendait plus lente la variation du flux, il limitait considérablement l'élévation de voltage aux extrémités du circuit à haute tension. Pour obvier à cet inconvénient, Fizeau eut l'idée d'absorber, à chaque rupture, l'énergie potentielle du courant magnétisant en plaçant un condensateur en dérivation aux bornes de l'interrupteur. Grâce à l'addition de cet organe, des potentiels plus élevés purent être atteints aux extrémités du secondaire de la bobine.

Depuis Fizeau, la fabrication des bobines d'induction a subi des modifications de détail, mais le principe de leur constitution n'a pas changé.

Les inducteurs. — Un inducteur n'est autre chose qu'une bobine d'induction, dont on a supprimé l'interrupteur et le condensateur; il se distingue du transformateur en ce qu'il est construit non pas pour être alimenté par un courant alternatif de période industrielle, mais pour être relié à une source de courant continu par l'intermédiaire d'un interrupteur à grande fréquence. Un condensateur de Fizeau est joint à l'appareil, mais ne fait pas corps avec lui.

Les inducteurs ont fait l'objet de nombreux travaux; je me bornerai à rappeler ceux qui ont un rapport avec les recherches que j'ai entreprises et je les diviserai en deux groupes, suivant qu'ils ont trait à l'étude de la distance explosive des inducteurs ou à l'observation de l'étincelle de décharge et des courants.

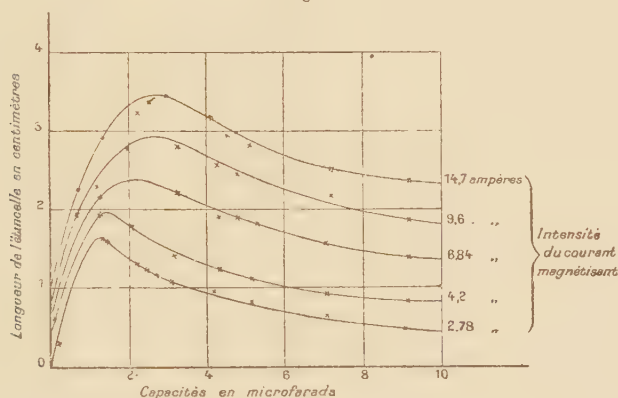
Distance explosive. Influence du condensateur. — MM. Walter et Mizuno ⁽¹⁾ semblent être les premiers qui se soient préoc-

⁽¹⁾ E. WALTER, *Wiedemann Annalen*, t. LXII, 1897, p. 300. — T. MIZUNO, *Philosophical Magazine*, t. XLV, mai 1898, p. 447.

cupés de rechercher si le maximum de la longueur d'étincelle que peut produire un inducteur est fonction de la capacité primaire. Ils ont observé que si, pour une intensité donnée du courant primaire, on trace une courbe ayant comme abscisse la valeur de la capacité primaire et comme ordonnée la longueur de l'étincelle qui éclate aux bornes du secondaire, cette courbe présente un maximum pour une certaine valeur C de la capacité. Ils ont de plus constaté que C dépendait de l'intensité du courant magnétisant et croissait avec elle.

La figure 1 représente une des séries de courbes obtenues par M. Mizuno avec une bobine de 11^{cm},5 de diamètre et 21^{cm},5 de longueur.

Fig. 1.



M. Walter a cherché l'expression théorique de la différence de potentiel qui se développe aux bornes du secondaire à chaque rupture du courant primaire et, en négligeant l'induction produite par le circuit secondaire sur le circuit primaire, il a été conduit à la formule

$$V = J_1 \sqrt{\frac{Z_2}{C_1}}$$

où :

J_1 représente l'intensité du courant primaire ;
 Z_2 , le coefficient de self-induction du secondaire ;
 C_1 , la capacité primaire ;
 V , la différence de potentiel cherchée.

Cette relation ne permet pas de prévoir l'existence d'un maxi-

mun de la distance explosive pour une certaine valeur de la capacité. Aussi M. Mizuno a-t-il exécuté de nombreuses expériences pour montrer que la formule à laquelle était parvenu M. Walter ne pouvait être considérée comme une traduction fidèle de l'expérience. Selon lui, les équations différentielles qu'avait écrites M. Walter sont inexactes ou tout au moins incomplètes et la différence entre la formule à laquelle conduit la théorie de M. Walter et les résultats de l'expérience serait due aux variations des coefficients de self-induction, que M. Walter avait supposés constants pendant toute la durée d'une décharge.

En présence d'une telle divergence entre les résultats de M. Mizuno et de M. Walter, M. Klingelfuss ⁽¹⁾ résolut de procéder à de nouvelles recherches sur le potentiel explosif que permet d'atteindre un inducteur. Il constata qu'avec les bobines dont il se servait et qui étaient de construction particulièrement soignée, la longueur de l'étincelle croissait constamment quand la capacité primaire diminuait et qu'avec une grosse capacité, on pouvait réaliser une distance explosive aussi élevée qu'avec une capacité plus faible, à la condition d'augmenter l'intensité du courant magnétisant primaire. Toutefois, M. Klingelfuss ne semble pas s'être demandé comment MM. Walter et Mizuno avaient pu obtenir des résultats opposés aux siens et il restait à concilier les assertions contradictoires de ces divers physiciens.

J'ai résumé, dans le deuxième Chapitre, les recherches que j'ai entreprises dans ce but. Mon étude, qui complète et précise le travail que M. Armagnat ⁽²⁾ a récemment publié sur la bobine d'induction, montre que les équations différentielles classiques suffisent à expliquer l'existence d'un maximum de longueur d'étincelle, que ce maximum est dû à l'imperfection des interrupteurs employés et qu'avec des interrupteurs d'un fonctionnement plus parfait, les résultats de M. Klingelfuss sont seuls exacts.

Constitution de l'étincelle de décharge et des courants secondaires. — Je me suis encore occupé de la constitution de

(1) KLINGELFUSS, *Annalen der Physik*, 4^e série, t. V, 1901, p. 858. Il n'est pas certain que M. Klingelfuss ait eu connaissance du Mémoire de M. Mizuno au moment où il entreprenait lui-même ses recherches.

(2) H. ARMAGNAT, *La bobine d'induction*.

l'étincelle de décharge des inducteurs et de la nature des courants qui parcourent le secondaire.

M. Klingelfuss ⁽¹⁾ a, le premier, décelé dans la décharge des inducteurs l'existence de courants oscillatoires et, pour les mettre en évidence, il eut l'idée d'étaler l'étincelle en dirigeant sur elle un énergétique courant d'air. La nappe qui constituait l'étincelle présentait alors des alternances de zones plus ou moins brillantes, qui ne pouvaient être attribuées qu'à des oscillations du courant. M. Klingelfuss rechercha dans quelles parties de l'appareil d'induction ces oscillations prenaient naissance et il remarqua que l'écartement de deux zones lumineuses consécutives croissait sensiblement comme la racine carrée de la capacité primaire. Il en conclut que ces alternances de luminosité étaient dues aux oscillations qui prennent naissance à chaque rupture du courant primaire et se transmettent par induction au circuit secondaire.

M. Schnell ⁽²⁾ reprit, avec plus de détails, l'étude de la décharge des inducteurs. Au moyen d'un oscillographe, il releva les courbes de courant. Celles qui sont relatives au circuit primaire comprennent une série d'oscillogrammes correspondant aux cas de la bobine sans secondaire, de la bobine avec secondaire fermé sur une résistance d'eau, de la bobine avec secondaire directement en court circuit ou en court circuit à travers une étincelle. Les courbes relatives au secondaire représentent l'allure du courant secondaire suivant que les électrodes sont ou non au contact.

De cette étude minutieuse il résulte que le courant secondaire présente des oscillations en nombre assez limité (20 au plus) et rapidement amorties; l'amortissement est d'autant plus rapide que la résistance du circuit secondaire est plus forte ou que la longueur de l'étincelle est plus grande.

M. Schnell a cherché une explication théorique de ses expériences. Il a considéré l'inducteur comme constitué par deux circuits oscillants ayant chacun un coefficient de self-induction constant et possédant un coefficient d'induction mutuelle également constant; le circuit primaire a seul une capacité. Les équations

(1) KLINGELFUSS, *Annalen der Physik*, 4^e série, t. V, 1901, p. 858.

(2) SCHNELL, *Annalen der Physik*, 4^e série, 1906, p. 21.

tions différentielles sont alors

$$L_1 \frac{d^2 i_1}{dt^2} + R_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C} + M \frac{d^2 i_2}{dt^2} = 0,$$

$$M \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = 0.$$

où

i_1 et i_2 représentent les intensités des courants primaire et secondaire;

R_1 et R_2 , les résistances des circuits primaire et secondaire;

L_1 et L_2 , les self-inductions des circuits primaire et secondaire;

M , le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits;

C , la capacité primaire.

Peu après, M. Corbino ⁽¹⁾ s'est proposé de reprendre la même étude, en tenant compte des chutes ohmiques que Schnell avait supposé nulles; mais il a, comme ce dernier, négligé la capacité du secondaire estimant qu'elle n'a aucune influence appréciable sur les phénomènes.

Pour résoudre les équations, M. Corbino a eu recours aux vecteurs tournant le long d'une spirale ⁽²⁾ et a pu ainsi établir des formules approximatives, représentant les variations des courants primaire et secondaire; puis il a voulu en vérifier l'exactitude et a relevé les courbes des courants au moyen d'un tube de Braun.

Ces courbes montrent que les oscillations du courant primaire ne prennent naissance que pour une certaine valeur de la capacité et qu'elles sont *bilatérales*; quant au courant secondaire, il oscille autour d'une droite plus ou moins inclinée sur l'axe des temps; la décharge d'un inducteur est donc un écoulement unilatéral d'électricité, sauf lorsque la capacité primaire atteint de très grandes valeurs et que la longueur de l'étincelle est la plus grande qui soit compatible avec les constantes de l'expérience. Dans ce cas, dans la première oscillation, le courant se renverse pour reprendre ensuite et conserver le sens initial pendant toute la durée de la décharge.

⁽¹⁾ CORBINO, *Il nuovo Cimento*, avril 1908, et *Atti dell'Assoc. Elett. ital.* fasc. 4, février 1907.

⁽²⁾ CORBINO, *Sulla produzione di campi rotanti* (*Atti dell'Assoc. Elett. ital.*, décembre 1903).

Il semble permis de dire que les théories de MM. Klingelfuss, Schnell et Corbino ne constituent qu'une première approximation car elles assimilent l'étincelle à une résistance constante. Les études de M. Brooks, celles de M. Slaby reprises plus tard par M. Fleming et celles de M. G. Remp ont fait voir que cette conception est erronée; elles ont montré que la résistance d'une étincelle dépend essentiellement de sa longueur, de l'intensité, de la fréquence des oscillations du courant, du nombre des étincelles à la seconde, de la nature, de la forme et de la surface des électrodes, de la pression et de la nature du gaz de la coupure. De plus, la valeur instantanée de la résistance varie dans des limites étendues pendant la durée d'une seule et même étincelle; ces variations donnent naissance à des oscillations de fréquence élevée qui se propagent dans les conducteurs métalliques aboutissant aux électrodes.

Dans le même ordre d'idées, les travaux de M. Duddel montrent qu'un arc alimenté par une source à potentiel rigoureusement constant donne naissance dans les conducteurs métalliques voisins à des oscillations de haute fréquence. Ces travaux ont été continués par M. Barkhausen, M^{me} Ayrton, MM. Simon et Willy Wagner, qui ont distingué trois séries d'oscillations dans un arc alimenté par une source à potentiel constant. Dans la première catégorie, le courant ne s'annule pas; dans la deuxième, il s'annule; dans la troisième, il change de sens après s'être annulé.

MM. Cady et Campbell Swinton se sont également préoccupés d'étudier les oscillations qui se produisent dans un circuit métallique présentant une coupure et alimenté par une source à potentiel constant; mais, à l'encontre des physiciens précédents, ils faisaient usage d'une coupure qui n'était pas shuntée par une capacité et une self en série.

L'appareil de M. Cady ⁽¹⁾ était constitué par deux électrodes en laiton reliées par l'intermédiaire d'une forte résistance aux deux pôles d'une source à potentiel constant. Une lampe à incandescence intercalée dans le circuit éclairait peu quand les électrodes étaient au contact et devenait, au contraire, très brillante quand on écartait les électrodes; ce qui dénotait l'existence d'oscillations de

(1) W.-G. CADY, *Physikalische Zeitschrift*, 15 septembre 1909.

fréquence élevée. Cette fréquence diminuait quand on augmentait la capacité des électrodes et la self-induction du circuit; elle croissait avec l'intensité du courant et était à peu près indépendante de la grandeur de la force électromotrice. M. Cady s'était proposé d'étudier l'influence de la longueur de l'étincelle sur la rapidité des oscillations, mais il n'a pu élucider ce dernier point.

Des expériences sur le même sujet ont été exécutées par M. Campbell Swinton ⁽¹⁾ au moyen d'une batterie de 10 000 volts, constituée par 4800 cellules, séparées l'une de l'autre par des plaques de celluloid. La résistance intérieure de la batterie était de 3000 à 4000 ohms, et les bornes étaient reliées aux électrodes d'un éclateur par l'intermédiaire d'une résistance liquide réglable. Avec des électrodes en cuivre de 12^{mm}, 5 de diamètre et une coupure de 2^{mm}, 55, la décharge n'était pas continue; quand la capacité des électrodes était suffisante, la décharge se décomposait en une série d'étincelles produisant une note musicale.

Cette conclusion n'est d'ailleurs, il est juste de le remarquer, que la confirmation d'essais bien antérieurs de M. Abraham. Ce dernier ⁽²⁾ utilisait un transformateur statique à haut voltage dont le circuit primaire était alimenté par du courant alternatif, et dont les extrémités du secondaire étaient en connexion, d'une part, avec les armatures d'un condensateur et, d'autre part, avec les électrodes d'un déflagrateur. Un courant d'air était dirigé sur l'étincelle; avec un soufflage faible ou un soufflage magnétique, on ne distinguait que les oscillations du courant d'alimentation; mais, en augmentant la vitesse du courant d'air, on constatait pendant chaque demi-période une série de décharges dont le nombre pouvait, dans certaines expériences, atteindre 200 et qui se succédaient à des intervalles de temps d'autant plus rapprochés que la valeur instantanée du courant était plus forte ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Campbell SWINTON, *Réunion de la Röntgen Society* (3 mars 1911) (*Engineering*, 10 mars 1911).

⁽²⁾ *Comptes rendus*, 17 avril 1899, p. 991.

⁽³⁾ J'ai refait les expériences de M. Abraham, mais j'ai constaté que, pour une étincelle d'une longueur inférieure à 2^{cm}, et avec des transformateurs industriels, il n'était pas nécessaire, pour fractionner la décharge, de placer un condensateur aux bornes du déflagrateur. Le transformateur dont je me suis servi dans ces expériences était un transformateur Thomson-Houston. Il était alimenté par du courant alternatif à 42 périodes par seconde. Le fractionnement de l'étincelle

Tandis que tous les physiciens mentionnés ci-dessus ont étudié les oscillations qu'une coupure fait naître dans un circuit alimenté à potentiel constant, M. Tœpler ⁽¹⁾ s'est proposé d'étudier le même problème dans le cas d'un circuit parcouru par un courant invariable et, dans ce but, il a employé comme source d'électricité une machine à influence particulièrement puissante; dans ces conditions la quantité d'électricité, amenée pendant l'unité de temps aux électrodes, est indépendante de la différence de potentiel entre ces dernières. M. Tœpler a observé que, pour une valeur donnée du courant, l'étincelle se décompose en une série d'étincelles partielles. La capacité des électrodes joue un rôle prépondérant dans ce phénomène; dès qu'elle est appréciable, l'électricité ne s'écoule pas d'une électrode à l'autre par une nappe continue, et la résistance de l'étincelle ne peut pas être assimilée à une résistance métallique. M. Tœpler a d'ailleurs précisé ce qu'il entend par capacité des électrodes; si les électrodes sont reliées à la machine par des fils de faible résistance ayant une self-induction négligeable, la capacité des électrodes est celle du système total : électrodes et machine; si au contraire, de grosses résistances sont intercalées entre la source et l'éclateur, l'*Electrodenkapazität* est simplement égale à la capacité des électrodes et des corps compris entre elles et les résistances.

Quelques théories essayaient d'expliquer ces faits. M. Kauffmann ⁽²⁾ le premier, avait tenté de supprimer l'hypothèse qui consiste à assimiler l'arc à une résistance ohmique constante. Presque en même temps, M^{me} Ayrton avait étudié les oscillations qu'un arc alimenté par une distribution à potentiel constant développe dans un circuit doué d'une self et d'une capacité; partant de l'équation des courbes caractéristiques en régime fixe

$$e = a + \frac{b}{i},$$

où a et b représentent des constantes et e la différence de potentiel

devant être attribué, selon moi, dans mes expériences, à la capacité du transformateur, j'ai construit un transformateur Rowland, dont la capacité était aussi réduite que possible et j'ai constaté (voir p. 44 et 45) l'absence de tout fractionnement.

⁽¹⁾ M. TÖPLER, *Annalen der Physik*, 1900, t. II, p. 560.

⁽²⁾ KAUFFMANN, *Elektrotechnische Zeitschrift*, 1909, Cahier 26.

aux bornes de l'arc, elle avait déterminé la condition nécessaire et suffisante pour que des oscillations de faible amplitude puissent subsister sans amortissement dans le circuit oscillant; mais cette théorie supposait que les caractéristiques de l'arc sont les mêmes en courant ondulé et alternatif qu'en courant continu. M. Blondel s'était affranchi de cette hypothèse restrictive en considérant les courbes fermées que décrit, pendant la durée d'une oscillation, le point représentatif de l'état de l'arc.

Ces théories soulevèrent, il est vrai, des objections de la part de M. Simon ⁽¹⁾ qui proposa une nouvelle explication basée sur la théorie des ions. Selon ce physicien, la résistance de l'arc, c'est-à-dire le rapport entre la différence de potentiel aux électrodes e et le courant i qui traverse l'étincelle, est fonction du nombre N des électrons qui sortent de l'électrode négative pendant l'unité de temps; ce nombre N dépend uniquement de la surface S de l'électrode; on a donc la relation

$$(1) \quad \frac{e}{i} = \varphi(S).$$

Mais on peut opposer à cette allégation que, s'il est bien vrai qu'une relation de la forme $\frac{e}{i} = \chi(N)$ paraît admissible, il est en revanche beaucoup moins légitime de supposer que N ne dépend que de la surface S des électrodes et l'on ne saurait non plus accepter sans réserves la seconde relation à laquelle est conduit M. Simon, à savoir

$$(2) \quad ei = WS + L \frac{dS}{dt}.$$

Enfin, cette théorie ne fait pas saisir par quel mécanisme les oscillations prennent naissance, elle est plus mathématique que physique et se borne à montrer comment des oscillations, une fois produites, peuvent se maintenir dans l'arc.

M. Cady ⁽²⁾ a fait connaître des vues toutes différentes sur les phénomènes qui se produisent dans un circuit très résistant, comprenant une coupure et alimenté par une force électromotrice constante. Comme M. Kauffmann, M. Cady s'appuie sur la consi-

(1) SIMON, *Elektrotechnische Zeitschrift*, 1909, Cahier 26.

(2) CADY, *Physikalische Zeitschrift*, 1^{er} septembre 1909.

dération des courbes caractéristiques ; mais il distingue dans chacune d'elles deux parties correspondant aux deux formes de l'étincelle, désignées en Allemagne sous le nom de *Glimmlicht* et de *Lichtbogen*, et il montre comment une variation de la résistance fait succéder l'une à l'autre. Il reste évidemment à expliquer pourquoi des variations de résistances se produisent et, sur ce point, la théorie de M. Cady ne fournit aucun renseignement.

Cette lacune, commune à toutes les théories, demandait à être comblée ; c'est le but que je me suis proposé dans le troisième Chapitre de ce travail. La théorie qui y est exposée permet d'expliquer les phénomènes oscillatoires qui prennent naissance dans la coupure et se traduisent dans l'étincelle soufflée par une multitude de traits brillants.

Comme ces traits brillants se détachent sur une nappe violette, j'ai aussi étudié la constitution de cette dernière ; mes recherches sur ce point sont contenues dans le quatrième Chapitre. La plupart des physiciens qui ont étudié l'étincelle de décharge des inducteurs ne s'étaient pas préoccupés de rechercher la nature de cette nappe, ni la forme du courant qui la constitue. J'ai pu montrer qu'il s'y produisait des oscillations très rapides dues à la self-induction et la capacité du circuit secondaire.



CHAPITRE II.

DU MAXIMUM DE LONGUEUR DES ÉTINCELLES PRODUITES PAR UN INDUCTEUR.

DESCRIPTION DES APPAREILS. — *a. Inducteur, interrupteur, condensateur et rhéostats.* — L'inducteur employé était un transformateur Saldana-Rochefort à circuit magnétique ouvert; les deux enroulements et le noyau étaient plongés dans une substance isolante, qui devenait pâteuse dès que le courant primaire atteignait une intensité de quelques ampères. Les bornes primaires étaient reliées aux pôles d'une batterie d'accumulateurs par l'intermédiaire d'un interrupteur Contremoulins.

Cet interrupteur était constitué essentiellement par un disque isolant, sur la jante duquel étaient fixés des secteurs en cuivre, qui établissaient et rompaient, en tournant, le circuit électrique. L'ensemble était plongé dans une cuve remplie d'un liquide diélectrique.

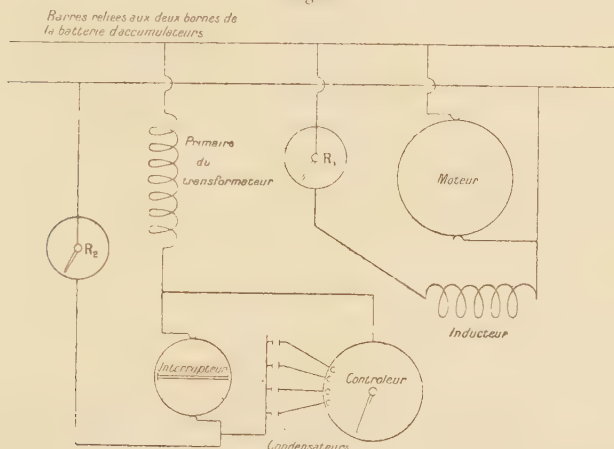
Un moteur électrique de faible puissance commandait, au moyen d'une courroie, le mouvement de rotation du disque, dont on pouvait faire varier dans de grandes limites la vitesse par l'action d'un rhéostat R_1 , placé en série sur l'excitation.

Sur le circuit d'alimentation du transformateur, entre l'interrupteur et les accumulateurs, se trouvait un second rhéostat R_2 , qui servait à régler l'intensité du courant dans le primaire du transformateur. Par la manœuvre combinée des deux rhéostats R_1 et R_2 on modifiait dans une large mesure la force électromotrice induite dans le secondaire du transformateur et l'on pouvait de la sorte obtenir des étincelles atteignant 30^{cm} de longueur.

Enfin, une batterie de condensateurs était reliée aux bornes de l'interrupteur Contremoulins et un contrôleur permettait d'augmenter ou de diminuer brusquement la capacité.

Le schéma ci-après fait comprendre la disposition des appareils et le système des connexions.

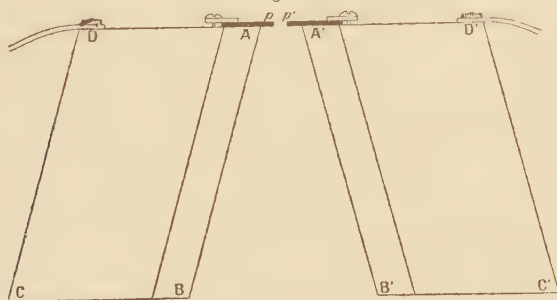
Fig. 2.



b. Éclateur. — Les extrémités du secondaire étaient réunies aux électrodes d'un éclateur. Les éclateurs employés ont été de plusieurs types.

I. Le premier était semblable à celui dont s'est servi M. Hemsalech, dans son étude sur l'étincelle oscillante. Les électrodes (fig. 3) étaient constituées par deux plaques en cuivre ABCD, A'B'C'D',

Fig. 3.

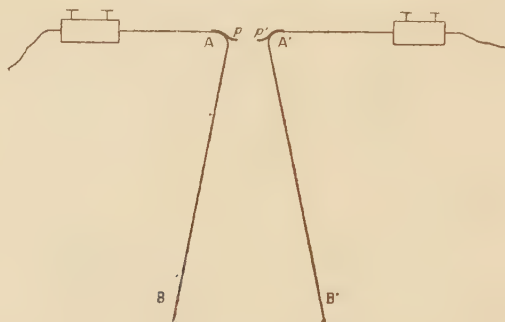


qui étaient fixées sur une monture isolante et dont les bords AB, A'B', taillés en biseau, faisaient un angle de quelques degrés. En A et A' étaient disposées deux pointes de platine, p et p' , distantes l'une de l'autre de 3^{mm} ; c'est entre elles que la décharge s'amorçait.

II. On a aussi employé un dispositif plus simple constitué par

un parafoudre à cornes (*fig. 4*); aux points les plus rapprochés des deux branches AB et A'B' étaient montées deux pointes de platine qui jouaient dans cet appareil le même rôle que les pointes *p* et *p'* de l'éclateur précédent.

Fig. 4.



III. Enfin, dans les recherches qui n'ont pas eu pour but l'étude de la constitution de l'étincelle, on s'est servi d'un éclateur constitué par deux fils rectilignes en fer, de 1^{mm} à 2^{mm} de diamètre, placés dans un même plan et faisant l'un avec l'autre un angle de quelques degrés.

c. Soufflerie. — Un ajutage cylindrique (*fig. 5*), de 1^{cm} de diamètre intérieur, était disposé dans le prolongement de la bissectrice de l'angle formé par les lignes AB et A'B'; cet ajutage communiquait soit avec un réservoir branché sur le réseau urbain d'air comprimé, soit avec un ventilateur. Un robinet à pointeau permettait de régler la vitesse d'écoulement de l'air.

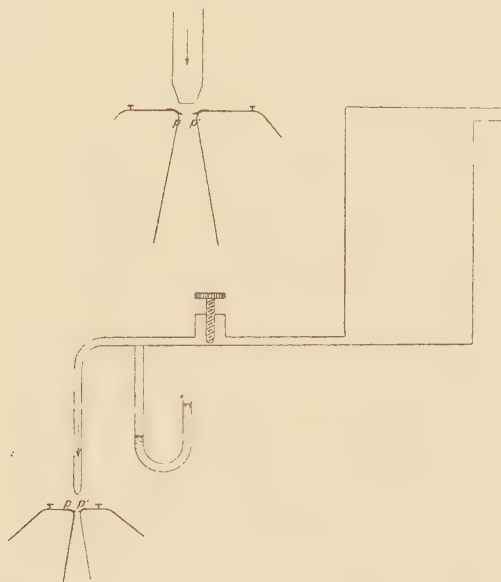
Enfin, sur le tuyau allant à l'ajutage était soudé un tube en U rempli d'eau ou de pétrole, dont la dénivellation indiquait la pression de l'air.

PREMIÈRES RECHERCHES. — J'ai d'abord étudié la cause du désaccord signalé au Chapitre premier entre les expériences de MM. Mizuno et Walter d'une part, et celles de M. Klingelfuss d'autre part ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ MM. Mizuno et Walter avaient trouvé que la distance explosive passait par un maximum quand la capacité primaire croissait à partir de zéro; mais ces résultats n'ont pas été confirmés par M. Klingelfuss qui a observé que la distance explosive croît à mesure que la capacité primaire diminue (*cf.* Chap. I).

Dans ce but, j'ai repris la théorie du fonctionnement des inducteurs, en tenant compte des oscillations qui prennent naissance avant le passage du premier trait de feu. Il y a lieu, en effet, de

Fig. 5.



remarquer que, tant que l'étincelle n'a pas éclaté, le secondaire vibre comme une antenne excitée à chaque interruption du courant primaire.

Considérons donc le double système oscillant, formé par le primaire et le secondaire, tous deux ouverts, et désignons par :

E , la différence de potentiel de la source à courant continu qui alimente le primaire;

C_1, L_1, R_1 , la capacité, la self-induction, la résistance ohmique du primaire;

C_2, L_2, R_2 , les mêmes quantités pour le secondaire;

M , le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits;

i_1 et i_2 , les courants primaire et secondaire;

v_1 , la différence de potentiel aux bornes du condensateur primaire;

v_2 , la différence de potentiel aux électrodes, où la capacité du secondaire est supposée condensée tout entière.

Les équations différentielles du problème sont

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + R_1 i_1 + v_1 = E, \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 + v_2 = 0, \\ i_1 = C_1 \frac{dv_1}{dt}, \\ i_2 = C_2 \frac{dv_2}{dt}, \end{array} \right.$$

et l'élimination de i_1 et i_2 conduit aux deux équations

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1 C_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + R_1 C_1 \frac{dv_1}{dt} + v_1 + M C_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} = E, \\ L_2 C_2 \frac{d^2 v_2}{dt^2} + R_2 C_2 \frac{dv_2}{dt} + v_2 + M C_1 \frac{d^2 v_1}{dt^2} = 0 \end{array} \right.$$

dont l'intégration se ramène à la résolution d'une équation du quatrième degré

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} p^4 + p^3 \frac{R_1 L_2 + R_2 L_1}{L_1 L_2 - M^2} + p^2 \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 + R_1 R_2 C_1 C_2}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} \\ \quad + p \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} = 0. \end{array} \right.$$

Pour simplifier, remarquons que, dans un inducteur bien construit, la chute de voltage produite par les résistances ohmiques est négligeable en présence des forces électromotrices d'induction. Nous montrerons plus loin qu'on peut, dans ces conditions, négliger les termes en p^3 et p (1) de sorte que l'équation (5) prend la forme

$$(5 \text{ bis}) \quad p^4 + p^2 \frac{L_1 C_1 + L_2 C_2}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} + \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)} = 0.$$

L'expression de v_2 devient

$$v_2 = A_1 \sin p_1 t + A_2 \sin p_2 t + B_1 \cos p_1 t + B_2 \cos p_2 t,$$

où p_1 et p_2 sont les racines de l'équation (5 bis), à savoir

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{L_1 C_1 + L_2 C_2 \pm \sqrt{(L_1 C_1 - L_2 C_2)^2 + 4 C_1 C_2 M^2}}{2 C_1 C_2 (L_1 L_2 - M^2)}}.$$

(1) Voir p. 19 et 20.

Il reste à déterminer la valeur des constantes A_1, A_2, B_1, B_2 au moyen des conditions initiales

$$(i_2)_{t=0} = 0, \quad (v_2)_{t=0} = 0, \quad (i_1)_{t=0} = i_0, \quad (v_1)_{t=0} = 0,$$

ce qui se fait sans difficulté et l'on en déduit

$$v_1 = \frac{i_0 p_1^2 p_2^2}{p_2^2 - p_1^2} \left[\frac{L_1 - C_2(L_1 L_2 - M^2) p_1}{p_1} \sin p_1 t - \frac{L_1 - C_2(L_1 L_2 - M^2) p_2}{p_2} \sin p_2 t \right],$$

$$v_2 = M i_0 \frac{p_1^2 p_2^2}{p_2^2 + p_1^2} \left(\frac{\sin p_1 t}{p_1} - \frac{\sin p_2 t}{p_2} \right).$$

Le maximum de v_2 en fonction de t aura lieu pour les valeurs de t satisfaisant à l'une des deux relations

$$p_1 t = p_2 t + 2k\alpha\pi, \quad p_1 t = 2k\beta\pi - p_2 t$$

et son expression sera respectivement, dans l'un et l'autre cas,

$$(v_2)_m = \begin{cases} M i_0 \frac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} \sin 2k\alpha \frac{p_2}{p_1 - p_2}, \\ M i_0 \frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2} \sin 2k\beta \frac{p_2}{p_1 + p_2}. \end{cases}$$

L'étude de $(v_2)_m$ en fonction de C_1 présenterait de grosses difficultés si l'on ne pouvait heureusement, ainsi que nous l'établirons plus loin ⁽¹⁾, négliger $L_2 C_2$ devant $L_1 C_1$; après simplification on voit alors que p_1 est sensiblement égal à

$$\sqrt{\left(\frac{L_1}{C_1} + \frac{M^2}{L_1 C_1}\right) \left(\frac{1}{L_1 L_2 - M^2}\right)}$$

et p_2 à

$$\sqrt{\frac{1}{L_1 C_1 + \frac{M^2}{L_1} C_2}},$$

en sorte que

$$(6) \quad (v_2)_m = M i_0 \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1 + \frac{M^2}{L_1} C_2}}.$$

D'après cette formule, $(v_2)_m$ paraît devoir croître constamment,

⁽¹⁾ Voir p. 19 et 20.

quand C_1 diminue, ce qui semblerait faire croire que, conformément aux idées de M. Klingelfuss, la distance explosive de l'inducteur augmente constamment quand la capacité primaire décroît. Cependant, il faut remarquer que la différence du potentiel $(v_1)_m$ aux bornes du condensateur primaire est donnée par la formule

$$(7) \quad (v_1)_m = L_1 i_0 \sqrt{\frac{1}{L_1 C_1 + \frac{M^2}{L} C_2}},$$

elle augmente quand C_1 diminue et atteint une valeur considérable si C_1 devient très petit. Il en résulte que, pour des valeurs petites de C_1 , un arc s'amorce au primaire, entre les contacts de l'interrupteur, au moment de la rupture du courant; la formation de cet arc fait baisser la différence de potentiel $(v_2)_m$ et l'empêche de croître suivant la formule (6), car tout se passe, pendant le temps où persiste l'arc, comme si la capacité C était infinie, et dans ce cas $(v_2)_m$ devrait être nul.

Le désaccord entre les travaux de M. Klingelfuss et ceux de MM. Walter et Mizuno vient donc de ce que la formule (6) n'est valable que si C_1 reste supérieur à une certaine limite. Au-dessus de cette limite, les résultats de M. Klingelfuss sont exacts; mais, au-dessous d'elle, la distance explosive de l'inducteur cesse de croître quand la capacité primaire diminue; elle présente, par conséquent, un maximum en dépit de la formule (6) et conformément à la doctrine de MM. Walter et Mizuno.

Expériences. — Dans une première série d'expériences, j'ai vérifié que le potentiel explosif passe par un maximum quand on fait croître la valeur de la capacité primaire.

J'ai en outre constaté que la diminution de la distance explosive était bien due à la formation d'un arc aux bornes de l'interrupteur. En effet, au lieu de faire fonctionner l'interrupteur dans l'air, on le plongeait dans un liquide isolant tel que le pétrole ou l'huile; on pouvait alors réduire la valeur de la capacité primaire qui correspondait à la plus grande distance explosive et obtenir des potentiels explosifs plus élevés.

Remarque. — Bien que cette concordance entre les conclusions

de la théorie et les résultats de l'expérience pût paraître une justification suffisante des simplifications apportées plus haut au calcul [voir p. 16, équation (5)], je me suis proposé de contrôler de plus près leur légitimité.

Ceci revient à montrer que, dans les bobines d'induction industrielles, en premier lieu, les deux quantités

$$A = p^3 (R_1 L_2 + R_2 L_1),$$

$$B = p \left(\frac{R_1}{C_2} + \frac{R_2}{C_1} \right)$$

sont négligeables devant la quantité

$$C = p^2 \left(\frac{L_1}{C_2} + \frac{L_2}{C_1} + R_1 R_2 \right)$$

et que, en second lieu, le produit $L_2 C_2$ est également négligeable devant le produit $L_1 C_1$.

Grâce à l'obligeance de M. Joly, j'ai pu mesurer ⁽¹⁾ les constantes de trois bobines d'induction, construites par la maison Carpentier, qui pouvaient fournir, dans les conditions les plus favorables de leur fonctionnement, respectivement des étincelles de 10^{cm}, 20^{cm} et 30^{cm} de longueur.

Le Tableau ci-dessous donne, pour les trois bobines, l'ordre de grandeur de A , B , C et le rapport de A et B à C ; les unités adoptées sont l'henry, le farad, l'ohm et la seconde.

Désignation des quantités.	Bobines		
	de 10 ^{cm} d'étincelle.	de 20 ^{cm} d'étincelle.	de 30 ^{cm} d'étincelle.
A	7×10^{15}	de $4,4 \times 10^{15}$ à 10^{15}	de 8×10^{14} à $2,2 \times 10^{13}$
B	4×10^{15}	de 6×10^{15} à 17×10^{14}	de 3×10^{15} à 7×10^{14}
C	13×10^{18}	de 7×10^{18} à 6×10^{17}	de 5×10^{18} à $4,5 \times 10^{17}$
$\frac{A}{C}$	$5,3 \times 10^{-4}$	de 6×10^{-4} à $1,6 \times 10^{-3}$	de $1,6 \times 10^{-3}$ à $0,5 \times 10^{-4}$
$\frac{B}{C}$	3×10^{-4}	de $0,85 \times 10^{-3}$ à 3×10^{-3}	de $0,6 \times 10^{-3}$ à $1,5 \times 10^{-3}$

(1) Voir Appendice, p. 56 et suivantes où j'ai résumé, en même temps que les méthodes employées, les résultats de ces mesures et les caractéristiques des trois bobines.

On trouvera de même, dans le Tableau ci-dessous, les valeurs du rapport $\frac{L_2 C_2}{L_1 C_1}$ pour les trois bobines :

Désignation des bobines.	Bobines donnant		
	10 ^{cm} d'étincelle.	20 ^{cm} d'étincelle.	30 ^{cm} d'étincelle.
Valeur du rapport : $\frac{L_2 C_2}{L_1 C_1}$.	0,02	de 0,08 à 0,008	de 0,035 à 0,002

La petitesse des rapports

$$\frac{A}{C}, \quad \frac{B}{C} \quad \text{et} \quad \frac{L_2 C_2}{L_1 C_1}$$

justifie les simplifications faites dans le calcul.



CHAPITRE III.

SUR LA CONSTITUTION DE L'ÉTINCELLE PRODUITE PAR LES INDUCTEURS. LES TRAITS BRILLANTS.

I. Ayant étudié, dans le Chapitre précédent, la loi qui fixe le caractère principal de l'étincelle produite par un inducteur, à savoir le maximum de la longueur qu'elle peut franchir, j'ai voulu examiner de plus près la structure interne de cette étincelle.

Dans cette recherche, j'ai employé les mêmes appareils qu'au cours des expériences précédentes : l'inducteur Saldana-Rochefort et les éclateurs I et II ; j'y ai adjoint simplement des dispositifs de soufflerie, qui m'ont fourni un moyen commode d'observation.

II. LES TRAITS BRILLANTS. — Si l'on dirige la soufflerie sur les pointes en platine de l'éclateur, l'étincelle s'étale et l'on aperçoit, au-dessous du premier trait de feu, une nappe violette qui s'appuie sur les branches du V que forment les électrodes.

Dans ces conditions, j'ai pu observer, pour une vitesse convenable du courant d'air, une multitude de traits brillants se détachant sur la nappe violette et allant d'une électrode à l'autre ; dans certains cas, le phénomène présentait même un remarquable éclat.

L'écartement des traits brillants n'était pas le même dans toute la nappe ; il diminuait à mesure qu'on s'éloignait des pointes p et p' . Cette diminution provenait de ce que la vitesse du courant d'air était d'autant plus forte qu'on était plus près de l'embouchure de la buse, et l'on constatait même assez facilement que l'écartement de deux traits consécutifs était en chaque point sensiblement proportionnel à la vitesse du courant d'air. Les traits brillants se produisaient donc à intervalles de temps à peu près égaux.

III. A QUOI ÉTAIT DÙ CE PHÉNOMÈNE ? — Plusieurs hypothèses pouvaient être envisagées. Ou bien chacun des traits brillants était

l'amorce d'une étincelle distincte et était identique au trait de feu (1) par lequel débute toute décharge disruptive; ou bien ces traits brillants étaient produits par des renforcements de courant, dus à la nature oscillatoire du circuit primaire et semblables à ceux qu'ont mis en lumière les relevés oscillographiques de MM. Schnell, Klingelfuss et Corbino; ou bien enfin on se trouvait en présence d'un phénomène non encore observé dans la décharge des inducteurs, mais présentant des analogies avec la décomposition en décharges disruptives d'un courant à haut potentiel.

Les expériences et mesures suivantes m'ont permis de voir que les deux premières hypothèses devaient être rejetées.

Première hypothèse. — Les traits brillants, si chacun d'eux était l'amorce d'une étincelle distincte, devraient se produire avec une fréquence égale à celle du courant primaire. J'ai donc été conduit à mesurer le temps qui s'écoulait entre l'apparition de deux traits consécutifs.

Pour pouvoir évaluer ce temps d'après l'écartement des traits, il fallait que la vitesse du courant d'air fût constante pendant toute la durée de l'expérience. Un aide surveillait constamment le manomètre branché au voisinage de l'ajutage et agissait sur les organes régulateurs de la soufflerie afin de maintenir la pression fixe. D'autre part, un tube de Pitot permettait de mesurer la vitesse du courant d'air à diverses distances des électrodes; le Tableau suivant en donne les valeurs contre la buse et à 1^{cm} de son extrémité, pour les deux vitesses extrêmes de rotation du ventilateur.

1. *Pour la plus petite vitesse du ventilateur :*

	Vitesse du courant d'air.
A l'extrémité de la buse	26 ^m à la seconde
A 0 ^m ,01 de l'extrémité	18 ^m ,20 »

2. *Pour la plus grande vitesse du ventilateur :*

	Vitesse du courant d'air.
A l'extrémité de la buse	22 ^m ,30 à la seconde
A 0 ^m ,01 de l'extrémité	19 ^m »

1) HEMSALECH, *Sur les spectres d'étincelles*, Hermann, 1901.

On voit qu'au voisinage des électrodes, la vitesse du courant d'air variait peu et que cette vitesse était d'environ 20^m à la seconde.

La présence des pointes de platine p et p' rendait, d'autre part, le phénomène assez stable pour qu'on pût mesurer l'écartement des premiers traits lumineux; il a été trouvé voisin de 2^{mm}. Il résulte donc de ces deux mesures (mesure de la vitesse de l'air, mesure de l'écartement des traits lumineux), que la fréquence des traits lumineux observés dans l'étincelle était de l'ordre de 10000 à la seconde.

Comme le disque de l'interrupteur tournait à 25 tours à la seconde, ce qui produisait 50 interruptions par seconde, on voit qu'une seule et même étincelle comprenait toute une série de traits lumineux.

Deuxième hypothèse. — Le résultat de la mesure précédente et la grandeur du chiffre trouvé pour la fréquence des traits brillants (10000 environ), m'ont permis d'écarter également l'hypothèse d'après laquelle le phénomène observé serait dû à des oscillations de courant, prenant naissance dans le primaire et se transmettant par induction au secondaire.

En effet, d'après ce qui précède, puisque les étincelles se succèdent à $\frac{1}{50}$ de seconde, chacune d'elles doit contenir une centaine de traits brillants au moins; or, les photographies et relevés oscillographiques, publiés par M. Schnell (¹), ne décèlent jamais un nombre d'oscillations supérieur à 20.

TROISIÈME HYPOTHÈSE. — On se trouve donc en présence d'un phénomène nouveau dans la décharge des inducteurs, et il importe, pour le mieux connaître, d'étudier de quels facteurs il dépend principalement. Pour cela, j'ai fait varier la longueur de l'étincelle, la grandeur de la capacité primaire et l'intensité du courant, et

(¹) Le travail de M. Schnell ne renferme pas de données suffisamment précises pour nous permettre d'estimer si ses conditions d'expériences étaient identiques aux nôtres; nous sommes en droit de croire à l'exactitude de notre conclusion; étant donné que nos expériences se sont poursuivies sur des inducteurs de types différents dont on pouvait faire varier à volonté les self-inductions des circuits et la capacité secondaire.

j'ai examiné quelle influence ces variations exerçaient sur le phénomène.

Variations de la longueur de l'étincelle. — La longueur de l'étincelle devait être comprise entre 2^{mm} et 2^{cm} pour qu'on pût observer le phénomène sous son aspect normal. Au-dessous de 2^{mm} , l'observation devenait difficile et le soufflage irrégulier. Au-dessus de 2^{cm} , les traits brillants changeaient d'aspect; le sifflement qui accompagnait leur production faisait place à un bruit d'éclatement; en même temps, ils prenaient une coloration bleutée et devenaient identiques aux traits lumineux observés antérieurement par M. Klingelfuss; le passage d'un phénomène à l'autre se faisait d'ailleurs de façon assez brusque.

J'ai donc maintenu la longueur d'étincelle entre ces deux limites et, dans ces conditions, j'ai constaté que, toutes choses égales d'ailleurs, la fréquence des traits lumineux diminuait quand on augmentait la distance entre les deux électrodes.

Variations de la capacité primaire. — M. Klingelfuss avait observé que les traits lumineux découverts par lui dans les étincelles longues étaient en corrélation étroite avec la capacité du circuit primaire de l'inducteur et que leur écartement et leur éclat variaient avec la grandeur du condensateur dont les armatures étaient reliées aux bornes de l'interrupteur. On pouvait donc penser que les traits brillants observés dans les étincelles courtes seraient, de même, influencés par les variations de la capacité primaire; mais l'expérience a montré qu'il n'en était rien. Cette divergence confirme la conclusion que nous avons tirée plus haut de la comparaison des fréquences; elle montre que les deux phénomènes sont d'origine différente, que les traits brillants des étincelles ne sont pas dus aux oscillations du courant primaire et qu'il faut chercher une autre explication de leur existence.

Variations de l'intensité primaire. — Enfin, l'écartement des traits lumineux, pour une valeur donnée du courant d'air, diminuait à mesure qu'on augmentait l'intensité du courant primaire.

IV. THÉORIE. — Les résultats expérimentaux qui précèdent fixent les principales lois qui régissent le phénomène que nous

avons étudié, à savoir les traits brillants des étincelles courtes; comme, d'autre part, les travaux de M. Klingelfuss ont fait connaître les lois auxquelles satisfont les traits brillants des étincelles longues, je me suis proposé d'établir une théorie qui rende compte des faits décrits plus haut et qui, de plus, reliant les deux phénomènes, s'applique aussi bien aux étincelles de grande longueur qu'aux étincelles courtes.

L'intensité I du courant dans les conducteurs métalliques aboutissant aux électrodes est une fonction du temps $f(t)$, dont nous ignorons l'expression analytique exacte; toutefois, MM. Schnell et Corbino ont tracé expérimentalement, au moyen d'un tube de Braun, la courbe $I = f(t)$ et ont constaté que le courant I reste de même sens pendant toute la décharge malgré les variations qu'il présente. Comme ces variations sont beaucoup moins fréquentes que les traits brillants que nous étudions, on peut admettre que, pendant la formation d'un groupe de traits, le courant I reste sensiblement constant. On est donc conduit à rechercher comment un *courant constant dans les conducteurs aboutissant aux électrodes peut donner naissance, dans l'étincelle, à des variations d'intensité lumineuse.*

Les électrodes A et B forment les armatures d'un condensateur de très faible capacité; sous l'influence du courant I , ce condensateur se charge et crée un champ électrique, par l'action duquel les ions libres de l'air se mettent en mouvement. Pour simplifier ⁽¹⁾, je supposerai que les électrodes sont constituées par deux surfaces planes; les forces électriques et, par suite, les trajectoires des ions, sont alors parallèles entre elles et normales au plan des électrodes.

Appelons :

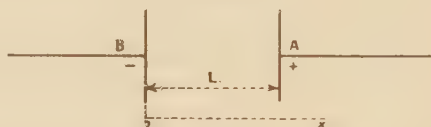
- A, l'électrode positive;
- B, l'électrode négative;
- X , l'intensité du champ ⁽²⁾;

(1) Cf. l'Appendice pour le cas général.

(2) En général, X est une fonction de x et du temps dont l'expression, à un instant donné, ne dépend pas uniquement des quantités d'électricité accumulées aux électrodes, mais encore de la répartition des ions positifs et négatifs dans la coupure.

n et m , le nombre d'ions, positifs et négatifs, par unité de volume
 (n et m sont des fonctions de t et de x);
 a , la capacité des électrodes;
 L , leur distance;
 K et K' , les coefficients de mobilité des ions négatifs et positifs;
 P , la charge électrique des ions;
 Q et Q' , des coefficients constants;
 I , le courant dans les conducteurs métalliques aboutissant aux
 électrodes A et B;
 X_0 , le potentiel d'ionisation par chocs des ions négatifs contre les
 molécules d'air;
 X_1 , le potentiel d'ionisation par chocs des ions positifs contre les
 molécules d'air.

Fig. 6.



Nous prendrons comme axe des X l'axe de symétrie des électrodes, comme origine l'électrode B et comme sens positif sur cet axe le sens BA.

Équations indéfinies. — Dès que le courant I prend naissance, le champ X croît avec lui et les ions libres se dirigent vers les électrodes, en heurtant sur leur passage les molécules qu'ils rencontrent. Tant que X est inférieur à X_0 , ce choc ne dissocie presque aucune molécule et le mouvement des ions ne produit qu'un courant très faible, bien inférieur au courant I ; par suite, X continue à croître. Quand X atteint la valeur X_0 , les ions négatifs acquièrent une énergie cinétique suffisante pour briser certaines molécules neutres; le nombre d'ions nouveaux ainsi produits pendant l'unité de temps est proportionnel au nombre des ions libres et au carré de l'intensité du champ. On a donc, pour X supérieur à X_0 et inférieur à X_1 ,

$$(8) \quad \begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (K n X) = Q n X^2, \\ \frac{\partial m}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (K' m X) = Q n X^2. \end{cases}$$

D'autre part, le courant d'étincelle a pour expression

$$PX(Kn + K'm),$$

si donc nous désignons par X_A , n_A et m_A les valeurs de X , n et m au voisinage immédiat de l'électrode A , nous voyons que X , dans cette phase, sera croissant ou décroissant, suivant que I sera supérieur ou inférieur à la quantité

$$P.V_A(Kn_A + K'm_A).$$

Supposons que X soit croissant et qu'il atteigne la valeur X_1 à partir de laquelle les ions positifs interviennent également dans la décomposition de la molécule neutre; les équations du milieu deviendront alors

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(KnX) = (Qn + Q'm)X^2, \\ \frac{\partial m}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(K'mX) = (Qn + Q'm)X^2. \end{cases}$$

Remarque : En toute rigueur, un terme de la forme $Q'mn$, correspondant à la recombinaison des ions, devrait figurer dans les seconds membres. Mais son importance est négligeable dans les phénomènes étudiés ⁽¹⁾, ainsi que l'a montré M. Meyer ⁽²⁾ dans une théorie fort intéressante, où il n'a pas introduit de termes correspondant à la recombinaison des ions et où il a obtenu cependant des résultats conformes aux expériences ⁽³⁾.

Équations aux limites. — Supposons pour un instant que nous ayons trouvé les fonctions n et m , les plus générales qui satisfassent à l'un des deux systèmes (8) ou (9). Ces solutions contiennent deux fonctions arbitraires, que l'on devra déterminer par les conditions aux limites et les conditions initiales. Une de ces conditions s'écrit aisément : c'est l'équation du condensateur,

⁽¹⁾ Je n'ai pas tenu compte de la recombinaison des ions, suivant, en cela, la méthode tracée par J.-J. Thomson dans son *Traité classique (Conduction of Electricity through gases)*.

⁽²⁾ MEYER, *Physikalische Zeitschrift*, t. XI, 1910, p. 215.

⁽³⁾ J'ai montré à l'Appendice que, sans négliger les termes relatifs à la recombinaison, il est possible d'expliquer la formation de traits lumineux dans l'étincelle.

dont les électrodes constituent les armatures. Elle exprime que la variation de la charge des électrodes pendant l'unité de temps est proportionnelle à la différence entre le courant I qui parcourt les conducteurs et le courant ionique qui traverse la coupure. On a donc

$$aL \frac{dX_A}{dt} = I - PX_A(Kn_A + K'm_A).$$

Pour écrire les autres conditions, il faudrait connaître à l'origine la distribution des ions positifs et négatifs dans la coupure; or, il semble difficile de faire une hypothèse que l'on puisse considérer avec quelque certitude comme une traduction, même approchée, de la réalité des faits. Il faut avouer d'ailleurs que la connaissance exacte des conditions initiales ne permettrait guère de pousser plus avant l'étude théorique du problème, puisqu'on ne connaît pas la solution générale des systèmes (8) et (9).

Existence des traits brillants. — Dans une première approximation, je négligerai l'action des ions libres sur le champ électrique (¹). Ceci conduit à supposer que X est uniquement fonction du temps t .

La formule de Gauss

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 4\pi P(n - m)$$

donne alors

$$m = n$$

et des équations du milieu on tire immédiatement

$$\frac{\partial n}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial x} = 0.$$

Les équations (8) et (9) se réduisent à

$$(10) \quad \frac{dn}{dt} = (Q + Q')nX^2$$

(¹) J'établirai à l'Appendice qu'il est facile, sans recourir à cette hypothèse restrictive, d'expliquer l'existence de traits lumineux.

et l'équation du condensateur devient

$$(10') \quad \alpha L \frac{dX}{dt} = I - (K + K') P n X.$$

Il est facile de déduire, des équations mises sous cette forme, qu'il doit exister dans l'étincelle des variations très marquées de l'intensité lumineuse. Avant le passage de l'étincelle, X croît à partir de zéro jusqu'à ce qu'il ait atteint la valeur X_0 pour laquelle commence l'ionisation par chocs, puis continue à croître et passe par un maximum ⁽¹⁾. Ensuite, X décroît jusqu'à reprendre la valeur X_0 pour laquelle l'ionisation par chocs cesse ⁽²⁾. Comme l'ionisation par chocs est accompagnée d'un grand dégagement de chaleur et d'une vive lueur, il se produit dans l'étincelle un trait lumineux pendant le temps où X est supérieur à X_0 .

Ensuite, X continue à diminuer; mais le courant d'étincelle s'affaiblit rapidement et les électrodes se rechargent; X recommence alors à croître et atteint à nouveau la valeur X_0 . Pendant tout le temps où X est inférieur à X_0 , l'étincelle ne présente plus l'éclat extrêmement lumineux de la période précédente.

Remarque. — Tout le raisonnement précédent suppose essentiellement que l'équation de Gauss

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 4\pi P(n - m)$$

est applicable. J.-J. Thomson l'a considéré comme valable et en a fait usage en maints passages de son *Traité Conduction of Electricity through gases*.

Toutefois, des objections semblent pouvoir être faites à l'emploi de l'équation de Gauss. En effet, le théorème de Gauss n'a été

(1) S'il n'en était pas ainsi, comme il ne peut devenir infini, X tendrait, pour une valeur de t suffisamment grande, vers une valeur non nulle et serait sensiblement constant.

D'après l'équation (10'), il en serait de même pour n , ce qui est impossible, puisque $\frac{dn}{dt}$ a, dans ce cas, une valeur finie non nulle et positive.

(2) En effet, ceci pourrait seulement ne pas avoir lieu dans le cas où la fonction de X déterminée par les équations (10) et (10') tendrait vers une valeur finie non nulle quand t croît indéfiniment. Or, l'équation (10) montre qu'il ne peut en être ainsi, car, alors, n croîtrait indéfiniment et X tendrait vers zéro, ce qui est contradictoire.

établi que pour un champ créé par des masses électriques au repos, et son extension au cas de masses électriques en mouvement paraît discutable; les forces électriques varient avec la vitesse des masses électriques qui les produisent, et l'on sait que, pour des vitesses de l'ordre de celle de la lumière, les masses électriques ne créent plus de champs électriques. Il m'a donc paru intéressant de rechercher s'il est possible d'établir l'existence des traits lumineux sans recourir au théorème de Gauss.

Pour cela, j'ai eu recours à une donnée de l'expérience. Comme les étincelles étudiées ont toujours présenté un aspect homogène de l'une à l'autre des électrodes, on est conduit à admettre que le courant d'étincelle que nous appellerons J varie peu de A à B.

On posera donc

$$\left| \frac{\partial J}{\partial x} \right| < R,$$

R étant une quantité petite; si l'on remarque que J est égal à $P(Kn + K'm)X$, on a, d'une part,

$$(11) \quad Kn + K'm = f(t) + \varepsilon_2,$$

et d'autre part, en retranchant membre à membre les équations (8) ou (9),

$$(12) \quad m - n = \varphi(x) + \varepsilon_1,$$

ε_1 et ε_2 étant des quantités très petites.

Des équations (11) et (12) on tire n et m en fonction de $\varphi(x)$ et de $f(t)$:

$$(13) \quad m = \frac{K[\varphi(x) + \varepsilon_1] + f(t) + \varepsilon_2}{K + K'},$$

$$(13') \quad n = \frac{f(t) + \varepsilon_2 - K'[\varphi(x) + \varepsilon_1]}{K + K'}$$

et, en portant ces valeurs dans les équations (8) ou (9), il vient

$$(14) \quad f'(t) + \frac{\partial(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)}{\partial t} - KK'X\varphi'(x) + \frac{K\partial(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)}{\partial x} \\ = X^2[Qf(t) - K'Q\varphi(x) + Q(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)],$$

$$(14') \quad f'(t) + \frac{\partial(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)}{\partial t} - KK'X\varphi'(x) + K\frac{\partial(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)}{\partial x} \\ = X^2[(Q + Q')f(t) + (KK' - K'Q)\varphi(x) \\ + Q(\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1) + (Q'\varepsilon_2 - K'\varepsilon_1)].$$

Comme ε_1 et ε_2 sont des quantités très faibles, il faut, pour que les équations (14) et (14') puissent être satisfaites, que l'une des quantités X ou $\varphi'(x)$ soit voisine de zéro (1).

Supposons X très petit; $f'(t)$ est alors lui-même très petit; des relations (13) et (13'), il résulte que n et m sont sensiblement indépendants de t ; l'équation du condensateur

$$aL \frac{dI}{dt} = I - PX(Kn_A + K'm_A)$$

s'intègre aisément et donne comme expression du courant ionique J

$$J = I \left[1 - e^{-\frac{P(Kn_A + K'm_A)}{aL} t} \right],$$

expression identique à celle de l'établissement du courant dans un circuit métallique alimenté par une source à potentiel constant.

(1) Si l'on néglige les termes infiniment petits, les équations (14) ou (14') peuvent se mettre sous la forme

$$(a) \quad F(t) = A\varphi'(x) - BX\varphi(x)$$

en posant, suivant les cas,

$$F(t) = \begin{cases} \frac{f'(t)}{X} - QYf(t), \\ \frac{f'(t)}{X} - (Q + Q')Xf(t), \end{cases}$$

$$A = KK',$$

$$B = \begin{cases} K'Q, \\ K'Q - KQ'. \end{cases}$$

L'intégration de l'équation (a) donne

$$\varphi(x) = Ce^{\frac{BX}{A}x} - \frac{F(t)}{B\bar{X}} \quad (\text{où } C \text{ représente une constante}).$$

Cette égalité exige : soit

$$X = \text{const.} \quad F(t) = \text{const.};$$

soit

$$C = 0 \quad \frac{F(t)}{B\bar{X}} = \text{const.}$$

La première condition entraîne $X = 0$, car, s'il n'en était par ainsi, $f(t)$ serait de la forme $Me^{\alpha t} + N$ ($\alpha > 0$) et croîtrait indéfiniment avec t , ce qui est impossible.

La deuxième condition a pour conséquence $\varphi'(x) = 0$.

L'hypothèse Y très petit correspond donc à l'étincelle d'équilibre et l'on retrouve les formules données, dans ce cas particulier, par J.-J. Thomson.

Si l'on étudie, non pas des phénomènes d'équilibre, mais, au contraire, des phénomènes essentiellement variables dans le temps, c'est la seconde hypothèse qu'il convient d'adopter. Supposons donc $\varphi'(x)$ voisin de zéro et X différent de zéro. D'après les valeurs obtenues précédemment, m et n varient très peu avec x , de sorte qu'en désignant par ε_3 et ε_4 des quantités très faibles, on aura pour toutes les valeurs de x , comprises entre zéro et L ,

$$(15) \quad \left| \frac{\partial n}{\partial x} \right| < \varepsilon_3, \quad \left| \frac{\partial m}{\partial x} \right| < \varepsilon_4.$$

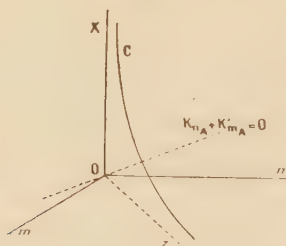
Ceci posé, il est facile d'expliquer dans l'étincelle la formation de traits lumineux. Pour cela, considérons un système de trois axes rectangulaires et rapportons à ces axes les variables n , m et X ; l'équation

$$I - PX(Kn_A + K'm_A) = 0$$

représente un cylindre C, dont les génératrices sont parallèles à la droite

$$X = 0, \quad Kn_A + K'm_A = 0.$$

Fig. 7.



La directrice de ce cylindre dans le plan XOZ, perpendiculaire à la direction des génératrices, est l'hyperbole

$$I - PXZ\sqrt{K^2 + K'^2} = 0.$$

Comme, à l'état initial, X est nul et que n et m sont très petits, la relation (10') montre que $\frac{dX}{dt}$ est positif; X croît donc jusqu'à la valeur X_0 pour laquelle l'ionisation par choc commence; quand

X atteint cette valeur, les quantités n et m sont encore très petites. Les inégalités (15) montrent qu'à ce moment $\frac{\partial n}{\partial t}$ et $\frac{\partial m}{\partial t}$ sont positifs. Si la quantité R , définie plus haut, et les quantités ε_1 et ε_2 sont suffisamment petites, $\frac{\partial n}{\partial t}$ et $\frac{\partial m}{\partial t}$ ne s'annulent pas avant la différence

$$I - (Kn_A + K'm_A)PX.$$

Le point représentatif (n_A, m_A, X) décrit donc une courbe qui, partie d'un point $(n_{A_0}, m_{A_0}, 0)$, coupe la surface du cylindre C en un point S. A partir de ce point, X décroît jusqu'à reprendre la valeur X_0 pour laquelle l'ionisation par choc cesse. Ensuite, X continue à diminuer, mais les électrodes se rechargent; le point représentatif (m_A, n_A, X) coupe de nouveau la surface du cylindre C, et X recommence à croître jusqu'à la valeur X_0 .

Ainsi que nous l'avons vu plus haut, les traits lumineux ont lieu quand X est supérieur à X_0 ; lorsque X est inférieur à X_0 , l'étincelle a un aspect moins brillant qui correspond à la nappe violette sur laquelle se détachent les traits lumineux.

Influence de la longueur de l'étincelle, de la capacité et de l'intensité primaires. — Il reste à montrer qu'il est possible de retrouver, par cette théorie, les résultats auxquels nous ont conduits les expériences décrites au début de ce Chapitre, c'est-à-dire les lois qui régissent les variations de l'écartement des traits lumineux, quand on modifie la longueur de l'étincelle, la capacité et l'intensité primaires.

Pour y parvenir, il est nécessaire de simplifier les équations et de remplacer les inégalités (15) par les deux égalités

$$\frac{\partial n}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial m}{\partial x} = 0,$$

n et m ne sont alors plus fonction que de t , et les équations aux dérivées partielles se réduisent à des équations différentielles.

Nous distinguerons deux périodes :

1° La première correspond au laps de temps pendant lequel X est supérieur à X_0 ; elle se subdivise elle-même en deux sous-périodes, qui peuvent se réduire à une seule, suivant que X franchit ou non la valeur X_1 .

Tant que X est compris entre X_0 et X_1 , les équations différentielles simplifiées qui régissent les phénomènes sont :

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= QnX^2, \\ \frac{dm}{dt} &= QnX^2, \\ \alpha L \frac{dI}{dt} &= I - P(Kn + K'm)X.\end{aligned}$$

Les deux premières entraînant la relation

$$n - m = n_0$$

qui permet de mettre le système précédent sous la forme

$$(16) \quad \begin{cases} \frac{dn}{dt} = (QnX^2), \\ \alpha L \frac{dI}{dt} = I - PX[(K + K')n - K'n_0]. \end{cases}$$

On verrait de même que pour les valeurs de X supérieures à X_1 , les équations (16) doivent être remplacées par

$$(16') \quad \begin{cases} \frac{dn}{dt} = (Q + Q')nX^2, \\ \alpha L \frac{dI}{dt} = I - PX[(K + K')n - K'n_0]. \end{cases}$$

De plus, M. Townsend a montré que, dans les phénomènes d'ionisation, le rôle prépondérant est joué par les ions négatifs et qu'en général l'influence des ions positifs est négligeable. Cette conclusion a reçu de nombreuses confirmations et il suffira, en particulier, de rappeler que, dans un travail cité plus haut, M. Meyer n'a considéré que les ions négatifs dans l'étude du passage d'un courant à travers une coupure. Nous négligerons donc Q' et K' et nous obtiendrons finalement comme équations pour la première période, c'est-à-dire pour la période d'ionisation par chocs,

$$(17) \quad \begin{cases} \frac{dn}{dt} = QnX^2, \\ \alpha L \frac{dI}{dt} = I - KPnX. \end{cases}$$

2° La deuxième période, que nous appellerons *période de vidange*, correspond au laps de temps pendant lequel X est inférieur à X_0 , c'est-à-dire pendant lequel les chocs des ions contre les molécules neutres n'engendrent plus de nouveaux ions.

Les équations sont alors

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} L \frac{dn}{dt} = -KnX, \\ \alpha L \frac{dX}{dt} = I - KPnX. \end{array} \right.$$

Nous montrerons plus loin que, pendant la vidange, X s'écarte peu de X_0 , en sorte que le système (18) peut s'écrire

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} L \frac{dn}{dt} = -KnX_0 \\ \alpha L \frac{dX}{dt} = I - KPnX_0. \end{array} \right.$$

Ces équations une fois posées, déterminons maintenant l'expression du temps T qui sépare deux traits lumineux. Les équations (19) donnent, en désignant par N le nombre d'ions qui existent dans l'unité de volume à la fin d'un trait lumineux,

$$n = Ne^{-\frac{KN_0}{L}t}, \\ \alpha L(1 - X_0) = It - PLN \left(1 - e^{-\frac{KN_0}{L}t} \right).$$

On a donc, pour déterminer T , la relation

$$IT = PLN \left(1 - e^{-\frac{KN_0}{L}t} \right)$$

que nous mettrons sous la forme

$$IT = \frac{c}{\mu} N (1 - e^{-\mu t})$$

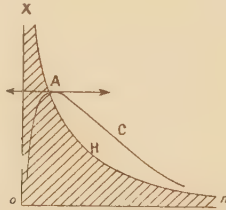
en posant

$$c = KPN_0, \\ \mu = \frac{KN_0}{L}.$$

Cette relation va nous permettre de calculer la différentielle dT correspondant à un accroissement infiniment petit de N , de L ou

de I . En effet, bien que le système (17) ne soit pas intégrable, on peut obtenir, par des considérations géométriques, des conclusions ayant une signification physique intéressante. En divisant membre

Fig. 8.



à membre les deux équations du système (17), on obtient l'équation différentielle

$$(20) \quad \frac{dX}{dn} = \frac{I - KPnX}{aLQnX^2}$$

qui définit une famille de courbes C rapportées à des axes, sur lesquels on porte respectivement X et n . Par un point (X, n) du plan, il passe une courbe C et une seule. L'allure générale de ces courbes est représentée par la figure 8; elles coupent l'hyperbole H définie par l'équation

$$I - KPnX = 0$$

en des points tels que A, où la tangente à C est parallèle à l'axe On . Dans la partie hachurée du plan, $\frac{dX}{dn}$ est positif et, sur la courbe C, X croît avec n ; dans l'autre partie du plan, $\frac{dX}{dn}$ est négatif et, sur la courbe C, X décroît quand n croît.

Pour n infini, X tend vers zéro; car, s'il n'en était pas ainsi, X tendrait vers une valeur finie non nulle et la courbe admettrait pour asymptote une droite parallèle à l'axe On , alors que l'équation différentielle donnerait pour $\frac{dX}{dn}$ une valeur négative différente de zéro. Les courbes C sont donc asymptotes à l'hyperbole H; mais, de plus, étant donné la faible capacité des électrodes, le courant qui traverse l'étincelle ne peut demeurer longtemps supérieur au courant de charge et les courbes C ne tardent pas, après leur intersection avec l'hyperbole H, à devenir très voisines

de cette dernière. Pour des valeurs de X , inférieures ou égales à X_0 , les courbes C et H sont peu éloignées l'une de l'autre et leurs tangentes sont sensiblement parallèles (¹).

THÉORÈME. — *Les courbes C correspondant à des valeurs différentes du courant I se déduisent l'une de l'autre par des transformations géométriques simples.*

Soient I et $I + \Delta I$ deux valeurs du courant; désignons par α la quantité $1 + \frac{\Delta I}{I}$ et comparons entre elles une courbe C_1 relative au courant I , et une courbe C_α correspondant au courant αI . Ces deux courbes ont pour équation

$$\begin{aligned} (C_1) \quad \frac{dX}{dn} &= \frac{I - KPnX}{\alpha LQnX^2}, \\ (C_\alpha) \quad \frac{dX}{dn} &= \frac{\alpha I - KPnX}{\alpha LQnX^2}. \end{aligned}$$

D'autre part, considérons la courbe C'_α correspondant à C_α dans la transformation

$$(21) \quad \begin{cases} n' = n \alpha^{-\frac{2}{3}}, \\ X' = X \alpha^{-\frac{1}{3}}, \end{cases}$$

C'_α a pour équation différentielle

$$\frac{dX'}{dn'} = \frac{I - KPn'X'}{\alpha LQn'X'^2},$$

équation identique à celle des courbes de la famille C.

C. Q. F. D.

On en conclut que, si l'on veut tracer la courbe correspondant à l'état initial n_0, X_0 , il suffira de prendre la courbe correspondant à l'état initial $n_0 \alpha^{-\frac{2}{3}}, X_0 \alpha^{-\frac{1}{3}}$ et d'en multiplier les abscisses par $\alpha^{\frac{2}{3}}$ et les ordonnées par $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

(¹) De ce que les courbes C sont très voisines pour $X = X_0$ de l'hyperbole H, il s'ensuit que, pendant la période de vidange, la courbe $\frac{dX}{dn} = \frac{I - KPnX}{\alpha LQnX^2}$ coupe l'hyperbole en un point dont l'ordonnée est voisine de X_0 . Donc, pendant la vidange, X diffère peu de X_0 ; c'est ce que j'ai supposé plus haut.

Corollaire I. — Désignons par N_1 et N_α les abscisses des points où les courbes C_α et C_1 coupent la droite $X = X_0$ et calculons la différence $N_\alpha - N_1$. Soient N'_α , X'_0 les ordonnées du point de C'_α correspondant au point de C_α (N_α , X_0) dans la transformation (21). Les courbes C'_α et C_1 sont toutes deux très voisines de l'hyperbole H_1 et leurs tangentes, pour des valeurs de X voisines de X_0 , sont parallèles à la tangente à l'hyperbole H_1 , au point de même ordonnée. Il en résulte qu'en négligeant les quantités du deuxième ordre, N'_α et N_1 sont liés entre eux par la relation

$$N'_\alpha = N_1 + N_0 \left(1 - x^{-\frac{1}{3}} \right),$$

où N_0 désigne l'abscisse du point de l'hyperbole H_1 , ayant pour ordonnée X_0 . On en déduit

$$N_\alpha = \alpha^{\frac{2}{3}} \left[N_1 + N_0 \left(1 - \alpha^{-\frac{1}{3}} \right) \right]$$

et

$$N_\alpha - N_1 = \left(\alpha^{\frac{1}{3}} - 1 \right) \left[N_1 \left(\alpha^{\frac{1}{3}} + 1 \right) + N_0 \alpha^{\frac{1}{3}} \right],$$

cette relation peut se mettre sous la forme

$$(22) \quad dN = \frac{dI}{I} \left(\frac{2N + N_0}{3} \right).$$

Corollaire II. — En différentiant la relation

$$IT = \frac{c}{\mu} N (1 - e^{-\mu T})$$

on obtient

$$(23) \quad dT = \frac{IT}{I - cN e^{-\mu T}} \left(\frac{dN}{N} - \frac{dI}{I} \right).$$

Si l'on remplace dN par sa valeur (22), il vient

$$(24) \quad dT = T \frac{dI}{3N} \left(\frac{N_0 - N}{I - cN e^{-\mu T}} \right).$$

Dans cette expression $N_0 - N$ est négatif et $I - cN e^{-\mu T}$ positif; dT et dI sont donc de signes contraires.

Conclusions. — On a vu, au Chapitre II, que lorsqu'on diminue la capacité primaire, la force électromotrice secondaire et, par suite, l'intensité I augmentent. En vertu du corollaire ci-dessus,

T doit donc diminuer et l'on doit voir se rapprocher les traits lumineux.

Il en sera évidemment de même si, toutes choses égales d'ailleurs, on augmente le courant primaire, car cette modification aura pour effet de faire croître I .

Quant à l'influence de la longueur L , nous verrons plus loin qu'elle est sensiblement nulle dans le cas des étincelles courtes.

On voit donc que la théorie que nous proposons explique tous les faits observés sur les étincelles courtes; il reste à montrer qu'elle donne la clef des contradictions qui existent en apparence entre les faits relatifs aux étincelles courtes et ceux qui correspondent aux étincelles longues.

Influence de la longueur de l'étincelle. — Pour déterminer l'influence de la distance des électrodes, cherchons comment varie dT lorsqu'on modifie L d'une quantité infiniment petite.

Nous désignerons par :

E , la force électromotrice secondaire ;

R , la résistance ohmique du circuit secondaire ;

ρ , la résistance moyenne de l'étincelle.

D'après l'égalité (24) la différentielle dT est égale à

$$dT = \frac{dE}{E} \frac{N_0 - N}{3N} \frac{IT}{I - cNe^{-\mu T}}$$

et il suffit de voir quelle relation lie les variations de L à celles de la quantité

$$\varpi = \frac{N - N_0}{3N} \frac{IT}{I - cNe^{-\mu T}}.$$

Or, on peut, en négligeant les infiniment petits du second ordre, mettre la valeur de ϖ sous la forme (1)

$$\frac{2}{KX_0} \left(1 - \frac{N_0}{N} \right) L$$

(1) En effet, la quantité ϖ est égale à

$$\frac{N - N_0}{3N} \left[1 - \frac{N - N_0}{N_0 - Ne^{-\mu T}} \right],$$

et l'on en déduit

$$(25) \quad d\varpi = \frac{2}{KX_0} \left[dL \left(1 - \frac{N_0}{N} \right) + L \frac{N_0}{N} \left(\frac{dN}{N} - \frac{dN_0}{N_0} \right) \right].$$

Comme on a, d'une part,

$$\frac{dN_0}{N_0} = \frac{dI}{I}$$

et, d'autre part,

$$- \frac{dI}{I} = \frac{dL}{L} \frac{\rho}{R + \rho},$$

on voit que dN_0 et dL sont liés entre eux par la relation

$$\frac{dN_0}{N_0} = - \frac{dL}{L} \frac{\rho}{R + \rho}.$$

Pour avoir $d\varpi$ en fonction de dL , il reste à déterminer la loi qui lie entre elles les variations de N et de L .

calculons la valeur principale de

$$\frac{N - N_0}{N_0 - N e^{-\mu T}}.$$

Dans ce but, désignons par x la quantité μT qui se trouve définie par la relation

$$(24') \quad Ix = CN(1 - e^{-x}).$$

Posons

$$CN = I(1 + \varepsilon);$$

d'après ce que nous avons vu plus haut, ε est une quantité négligeable devant l'unité.

L'équation (24') peut se mettre sous la forme

$$(25') \quad x = (1 + \varepsilon)(1 - e^{-x})$$

qui montre que, si ε est très petit, il en est de même de x . Cherchons la valeur principale de x en fonction de ε et, pour cela, développons e^{-x} ; la relation (25') devient

$$x = (1 + \varepsilon) \left(x - \frac{x^2}{2!} + \dots \right),$$

d'où l'on tire

$$(\text{valeur principale } x) = 2\varepsilon.$$

On en déduit

$$(\text{valeur principale } CN e^{-\mu T}) = I e^{-2\varepsilon} (1 + \varepsilon)$$

et, par suite,

$$(\text{valeur principale } \frac{N - N_0}{N_0 - N e^{-\mu T}}) = 1.$$

Il en découle que la valeur principale de ϖ est $\frac{2}{KX_0} \left(1 - \frac{N_0}{N} \right) L$.

THÉOREME. — Les courbes de la famille C , correspondant à différentes valeurs du produit (aL) de la longueur de l'étincelle par la capacité des électrodes, se déduisent l'une de l'autre par des transformations géométriques simples.

Posons

$$\beta = 1 + \frac{\Delta a L}{a L}$$

et considérons les courbes C_1 et C_β définies par les équations différentielles

$$(C_1) \quad \frac{dY}{dn} = \frac{I - KPnX}{aLQnX^2},$$

$$(C_\beta) \quad \frac{dX}{dn} = \frac{I - KPnX}{\beta aLQnX^2}.$$

La transformation

$$(26) \quad n' = n\beta^{-\frac{1}{3}}, \quad X' = X\beta^{\frac{1}{3}}$$

fait correspondre à C_β la courbe C'_β ayant pour équation différentielle

$$\frac{dX'}{dn'} = \frac{I - KPn'X'}{aLQn'X'^2},$$

équation identique à celle de la famille des courbes C_1 .

C. Q. F. D.

Corollaire. — Désignons par N_0 , N_1 , N_β les abscisses des points d'ordonnée X_0 appartenant aux courbes H , C_1 et C_β , et calculons la différence $N_\beta - N_1$. A la courbe C_β la transformation (26) fait correspondre une courbe C'_β et au point (X_0, N_0) de C_β correspond le point $(X_0\beta^{\frac{1}{3}}, N_0\beta^{-\frac{1}{3}})$. Comme C'_β et C_1 sont asymptotes à la même hyperbole H , on voit qu'on a

$$N'_\beta = N_1 - (\beta^{\frac{1}{3}} - 1)N_0$$

et, par suite,

$$N_\beta - N_1 = (N_1 - \beta^{\frac{1}{3}}N_0)(\beta^{\frac{1}{3}} - 1),$$

$$dN = \frac{N - N_0}{3} \frac{d(aL)}{aL}.$$

Si les deux électrodes sont constituées par des cylindres de

rayons r , d'axes parallèles et distants de $L + 2r$, la capacité est égale à

$$a = \frac{Kr}{2 \log_e (b + \sqrt{b^2 - 1})} \quad \text{avec} \quad b = \frac{L^2 - 2r^2}{2r^2};$$

comme l'unité est négligeable devant $\frac{L}{r}$, on a

$$aL = \frac{KrL}{4 \log_e \frac{L}{r}},$$

c'est-à-dire

$$\frac{d(aL)}{aL} = \frac{dL}{L} \left[1 - \frac{1}{\log_e \left(\frac{L}{r} \right)} \right],$$

ou approximativement

$$\frac{d(aL)}{aL} \approx \frac{dL}{L}.$$

On peut, dans ces conditions, mettre l'expression de dN sous la forme

$$(28) \quad dN = \frac{N - N_0}{3} \frac{dL}{L}.$$

Dans l'équation (25), la différentielle dN résulte de la variation simultanée de I et de L et, par suite, est la somme des différentielles données par les expressions (22) et (28); on a donc

$$dN = \frac{1}{3} \left[\frac{dI}{I} (2N + N_0) + (N - N_0) \frac{dL}{L} \right],$$

c'est-à-dire

$$dN = \frac{1}{3} \frac{dL}{L} \left[- (2N + N_0) \frac{\rho}{R + \rho} + N - N_0 \right].$$

On en déduit

$$d\varpi = \frac{2}{K \cdot V_0} \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\rho}{R + \rho} + 1 \right) \frac{N_0}{V} \right] \frac{N - N_0}{V},$$

et comme le coefficient de dL est essentiellement positif, on voit que $d\varpi$ et dL sont de même signe.

Donc, si l'on considère deux inducteurs identiques, sur les secondaires desquels sont intercalées deux coupures de longueurs différentes, à une variation donnée de la capacité primaire correspondra, dans la plus longue étincelle, une modification des stries lumineuses plus considérable que dans l'étincelle courte.

Résumé. — En résumé, la théorie que j'ai présentée permet d'expliquer :

1° Que, dans le cas de courtes étincelles, l'écartement des traits lumineux reste sensiblement constant, lorsqu'on modifie la capacité primaire;

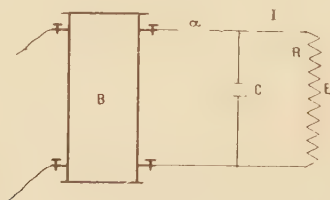
2° Que, dans les mêmes conditions, la distance des traits lumineux varie d'une façon très apparente, quand il s'agit de longues étincelles.

Au contraire, toute théorie qui, comme celles que MM. Klingfuss, Schnell et Corbino ont proposées, attribue l'existence des traits lumineux aux oscillations qui prennent naissance dans le circuit primaire, doit conduire à une variation de l'écartement des stries lumineuses, à peu près indépendante de la longueur de la coupure, conclusion qui n'est pas conforme à l'expérience.

Vérification expérimentale. — La théorie précédente montre qu'un courant constant dans les conducteurs qui aboutissent aux électrodes donne naissance à des oscillations dans l'étincelle. Il était intéressant de chercher dans de nouvelles expériences la confirmation de ce fait.

Dans ce but, nous avons reproduit certains essais de M. Tœpler, en employant le procédé suivant, dû à M. Corbino, pour réaliser des courants constants à haut potentiel. Les deux bornes d'une bobine d'induction B sont reliées, par l'intermédiaire d'une coupure, aux extrémités d'une résistance R , shuntée par un conden-

Fig. 9.



sateur C ; dans ces conditions, le courant I , dans la résistance R , pouvait être considéré comme constant. En E était intercalé l'éclateur, au-dessus duquel était montée la soufflerie; un milliampèremètre permettait de mesurer l'intensité du courant I . Bien que le

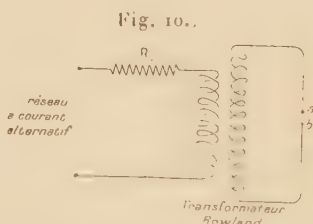
milliampèremètre indiquait un courant constant, nous avons constaté dans l'étincelle une multitude de traits lumineux.

En faisant varier la valeur de la résistance R on obtient des résultats conformes aux conclusions de la théorie ci-dessus. Quand la résistance diminue, l'espacement des traits lumineux décroît et l'inverse se produit quand on augmente la valeur de R .

Dans une autre expérience, nous avons substitué à l'inducteur un transformateur Rowland. Les enroulements primaire et secondaire étaient formés de galettes juxtaposées dont la capacité était aussi réduite que possible; les électrodes étaient constituées par des pointes effilées; l'ensemble du transformateur et de l'éclateur pouvait être par conséquent considéré comme sensiblement dépourvu de capacité.

Le montage était le suivant : sur le réseau à courant alternatif du Secteur parisien de la Rive gauche (42 périodes à la seconde) était branché, avec interposition d'un rhéostat de réglage R , le primaire du transformateur Rowland; le secondaire était relié aux deux électrodes a, b , au-dessus desquelles était installée la buse de la soufflerie. On réglait la résistance R de façon à obtenir au secondaire un potentiel disruptif correspondant à la distance ab .

Avec un pareil dispositif, la décharge du transformateur se présentait sous forme de nappe continue sans aucun trait lumineux; mais il suffisait, pour donner à l'étincelle l'aspect discontinu observé précédemment avec l'inducteur Saldana-Rochefort, de



brancher en parallèle, sur la coupure ab , un condensateur de très faible capacité. Nous avons fait usage successivement de trois condensateurs différents, qui étaient formés de lames d'étain carrées de 5^{cm}, 15^{cm} et 50^{cm} de côté, séparées par une plaque de verre de 3^{mm} d'épaisseur. Les traits lumineux apparaissaient avec le condensateur de 5^{cm}; ils devenaient de plus en plus brillants, de

plus en plus longs et de moins en moins nombreux à mesure qu'on augmentait la capacité.

Cette expérience montre le rôle prépondérant joué, conformément à notre théorie, par la capacité du système des électrodes. Elle établit, en effet, qu'il suffit, pour faire apparaître des traits lumineux dans une étincelle, d'accroître, dans de certaines limites, la capacité des électrodes et que, d'un autre côté, on peut produire des décharges continues, en ayant soin de rendre négligeable la capacité du circuit secondaire.



CHAPITRE IV.

SUR LA CONSTITUTION DE L'ÉTINCELLE PRODUITE PAR LES INDUCTEURS. — LA NAPPE VIOLETTE.

L'étincelle produite par les inducteurs, lorsqu'elle est soumise à l'action d'un léger courant d'air, prend la forme d'une nappe violette sur laquelle se détachent des traits brillants. La théorie que nous avons développée précédemment nous a permis d'expliquer l'existence de ces stries lumineuses, mais elle ne fournit aucun renseignement sur la nature de la nappe violette. C'est cette lacune qu'il faut maintenant combler.

Quelle modification faudrait-il faire subir à la théorie pour expliquer plus complètement le phénomène? Examinons, pour répondre à cette question, les simplifications qui sont à la base de nos calculs et remarquons que, parmi elles, celle qui consiste à supposer constant le courant I dans la partie métallique du circuit de décharge n'est admissible que dans une première approximation et ne répond pas à la réalité.

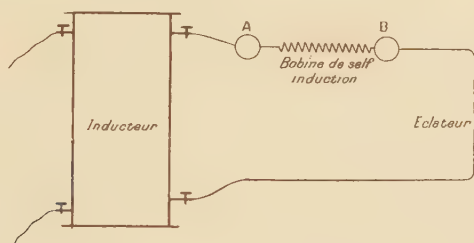
Pour se représenter les faits avec plus d'exactitude, il faut observer que l'enroulement secondaire de l'inducteur, étant formé généralement de plusieurs couches de fils superposées, possède une capacité et que, de la réunion de cette capacité de la self-induction de l'enroulement, il doit naître, dans un circuit coupé par un éclateur, des oscillations de haute fréquence. Aussi la théorie précédente doit être modifiée en ce sens que l'étincelle produite par un inducteur, au lieu d'être considérée comme formée d'une série de décharges simples, doit apparaître comme constituée d'un certain nombre d'étincelles élémentaires, débutant chacune par un trait de feu initial et comprenant ensuite des oscillations très rapides autour d'une valeur moyenne. Si ces oscillations ont une valeur assez grande pour ne pas être dissociées par le courant d'air, elles formeront une nappe qui semblera continue.

Cette explication, si elle est exacte, doit avoir deux conséquences : la première, c'est que, si l'on intercale entre l'inducteur et l'éclateur une bobine de self-induction ayant elle-même une capacité propre, les oscillations de haute fréquence qui avaient pour siège les premières couches de l'inducteur et les conducteurs métalliques reliant les bornes de l'inducteur aux deux électrodes ne traverseront pas la bobine de self-induction, qui se substituera en quelque sorte à l'inducteur dans la production des oscillations de haute fréquence. Ces dernières s'arrêteront alors à la première couche de la bobine, et l'on devra en constater la présence entre l'électrode et la bobine et l'absence entre la bobine et l'inducteur.

La seconde conséquence, c'est qu'en augmentant suffisamment la force du soufflage, on doit parvenir à dissocier la nappe violette.

Première expérience. — Pour vérifier le premier point, on s'est servi de l'inducteur décrit page 12, dont les bornes secondaires étaient réunies aux extrémités d'un circuit constitué, comme l'indique la figure ci-dessous, par une bobine de self-induction à

Fig. 11.



noyau de fer et un éclateur; de part et d'autre de la bobine étaient intercalés deux milliampèremètres A et B.

Dans ces conditions, on constatait que, pendant toute la série d'expériences, le milliampèremètre A marquait une intensité bien inférieure à celle qu'indiquait l'appareil B. C'est ainsi qu'au cours d'une expérience, nous avons relevé en B 40 milliampères et en A 11 seulement; si l'on court-circuitait la bobine, les deux appareils indiquaient un courant de 100 milliampères.

Ces résultats montrent nettement le rôle joué par la bobine. Le courant en B est égal à près de quatre fois le courant en A; on doit donc le considérer comme la superposition du courant A et

d'oscillations très rapides qui se trouvent étouffées dès les premières couches de la bobine par la self-induction de cet appareil. Les oscillations, qui prennent naissance à la suite de l'ébranlement électrique produit par le passage d'un trait brillant, se propagent dans les conducteurs dépourvus de self-induction, mais ne peuvent pénétrer dans la bobine ⁽¹⁾.

Deuxième expérience. — Pour fixer le second point et essayer de dissocier la nappe violette, on s'est servi d'un transformateur Saldana-Rochefort dont le primaire était alimenté sous 3000 volts par le réseau alternatif du Secteur de la Rive gauche et le secondaire relié à un des éclateurs I ou II. La soufflerie, branchée sur la canalisation d'air comprimé de Paris, fonctionnait à une pression qui pouvait atteindre 5^{kg} par centimètre carré; mais un robinet à pointeau permettait d'étrangler à volonté le courant d'air et d'en faire varier dans de très grandes limites la vitesse.

Quand la soufflerie ne fonctionne pas, l'étincelle a une très faible largeur et la chaleur dégagée est concentrée sur une si faible surface que les électrodes rougissent, fondent et se volatilisent en partie; la décharge a alors lieu dans une atmosphère de vapeurs métalliques. Dès que la soufflerie est mise en marche, on constate un refroidissement des électrodes, et les vapeurs qui accompagnent la décharge diminuent et disparaissent même complètement si l'on augmente suffisamment la vitesse du courant d'air. C'est alors que la nappe violette commence à se manifester au-dessous des pointes qui servent à fixer le premier point lumineux de l'étincelle. Cette nappe, à mesure que la vitesse du vent augmente, se développe et prend une importance de plus en plus grande. Bientôt on voit apparaître les traits brillants qui ont fait l'objet de notre étude précédente.

Si l'on continue de faire croître cette vitesse et si l'on a soin de faire l'obscurité dans la pièce où l'on expérimente, on constate que la nappe violette se décompose en une succession de plages très rapprochées, successivement sombres et lumineuses.

⁽¹⁾ La présence d'oscillations à haute fréquence a été mise en évidence depuis par M. Klingelfuss; voir KLINGELFUSS, *Ueber das Funkenpotential und die elektromotorische Kraft der gedämpften Wellen eines Induktoriums bei den Entladungen durch Gaswiderstände*, 1910.

L'écartement de deux plages lumineuses contiguës et situées près de l'ajutage de la soufflerie était d'environ $0^{\text{mm}},5$ quand la vitesse du courant d'air au même point était de 20^{m} à la seconde; les oscillations qui donnent naissance à ces renforcements de la luminosité offrait donc une fréquence de 40000 à la seconde environ. L'aspect du phénomène, dans ces conditions, était extrêmement remarquable.

Ces oscillations ont, d'ailleurs, une amplitude si faible qu'elles ne peuvent renverser le sens du courant dans l'étincelle, de sorte que la décharge de l'inducteur constitue bien, comme l'ont déclaré MM. Schnell et Corbino, un écoulement d'électricité unilatéral.

Retour aux traits lumineux. — L'expérience ci-dessus peut être poussée plus loin qu'il n'est nécessaire pour la décomposition de la nappe violette et elle conduit alors à l'observation d'un phénomène imprévu sur lequel, en terminant, il est bon de dire quelques mots.

Quand on fait croître régulièrement la force de la soufflerie, on constate que l'augmentation de la distance de deux traits consécutifs n'est pas proportionnelle à l'accroissement de la vitesse du courant d'air; à partir d'une certaine valeur de cette vitesse, que nous appellerons *vitesse critique*, les traits brillants, au lieu de s'écarter les uns des autres, se rapprochent et, par un mouvement inverse de celui qu'on observe au début de l'expérience, ils finissent par se confondre en un seul. L'éclat de la décharge est alors des plus vifs, en même temps qu'il se produit un sifflement très aigu.

Si surprenante que soit à première vue cette observation, l'explication en est aisée, si l'on analyse de plus près les actions qui, dans les expériences de soufflage, sollicitent les ions pendant leurs mouvements entre les deux électrodes. Dans une atmosphère au repos, la seule force agissante provient du champ électrostatique; mais quand l'air est en mouvement, les ions sont entraînés par lui dans une direction perpendiculaire à celle des électrodes et le vent de la soufflerie a pour effet de les soumettre à une force normale à la ligne reliant les centres des deux électrodes.

Dans ces conditions, des ions, en nombre croissant avec l'intensité de la soufflerie, sont entraînés par le courant d'air en

dehors du domaine où la force électrique a une valeur appréciable, et là, n'ayant plus de vitesse sensible par rapport aux molécules neutres qui les entourent, ils deviennent incapables de donner par choc naissance à de nouveaux ions. La variation du nombre d'ions dans l'unité de temps n'est donc pas, pour des courants d'air suffisamment forts, représentée avec exactitude par la loi que nous avons admise précédemment, à savoir :

$$\frac{dn}{dt} = QnX^2,$$

où Q est une constante absolue; en toute rigueur, il faudrait remplacer le système d'équations différentielles auquel nous avons été conduits par un autre, où l'on tiendrait compte de l'entraînement des ions dans une direction perpendiculaire à l'axe du champ électrique.

Comme les corrections à apporter sont difficiles à préciser, nous admettons, afin de nous rendre compte de l'allure du phénomène, que seule une fraction V du nombre d'ions contenus dans l'unité de volume donne naissance à de nouveaux ions; le système d'équations différentielles sera alors le suivant :

$$(29) \quad \begin{cases} \frac{dX}{dt} = \frac{I - KPnX}{\alpha L}, \\ \frac{dn}{dt} = QVnX^2, \end{cases}$$

V est un coefficient inférieur à l'unité dont nous ignorons l'expression, et dont nous savons seulement qu'il est égal à 1, quand la vitesse de l'air est nulle et décroît quand la vitesse de l'air augmente.

Pour établir la relation qui existe entre les variations du temps T qui sépare deux traits lumineux et celles du courant d'air, divisons membre à membre les équations (29); il vient

$$\frac{dX}{dn} = \frac{I - KPnX}{\alpha L Q V n X^2},$$

équation qui définit une famille de courbes C .

THÉORÈME. — *Les courbes C correspondant à des valeurs différentes du courant d'air se déduisent l'une de l'autre par une transformation géométrique simple.*

Posons

$$\gamma = 1 + \frac{dV}{V},$$

considérons les deux courbes C_1 et C_γ définies par les équations

$$(C_1) \quad \frac{dX}{dn} = \frac{I - KP_n X}{\alpha L V Q_n X^2},$$

$$(C_\gamma) \quad \frac{dX}{dn} = \frac{I - KP_n X}{\alpha L V_\gamma Q_n X^2},$$

La transformation

$$n' = n \gamma^{-\frac{1}{3}}, \quad X' = X \gamma^{\frac{1}{3}}$$

fait correspondre à C_γ la courbe C'_γ définie par l'équation différentielle

$$\frac{dX'}{dn'} = \frac{I - KP_n' X'}{\alpha L Q V n' X'^2},$$

C_1 et C'_γ sont des courbes de même famille; on peut donc passer des courbes C_1 aux courbes C_γ par une simple transformation ponctuelle.

C. Q. F. D.

Corollaire I. — Désignons par N_1 et N_γ les abscisses des points où les courbes C_1 et C_γ coupent la droite $X = X_0$ et calculons la différence $N_\gamma - N_1$. Soient N'_γ et X'_0 les ordonnées du point de C'_γ correspondant au point (N_γ, X_0) de C_γ . On a, en supposant γ très voisin de l'unité,

$$N'_\gamma = N_1 - \left(\gamma^{\frac{1}{3}} - 1 \right) N_0,$$

et, par suite,

$$N_\gamma - N_1 = \left(N_1 - \gamma^{\frac{1}{3}} N_0 \right) \left(\gamma^{\frac{1}{3}} - 1 \right),$$

d'où

$$dN_1 = \frac{N_1 - N_0}{3} \frac{dV}{V}.$$

Corollaire II. — Nous avons établi, au Chapitre précédent, l'expression du temps qui sépare deux traits brillants consécutifs, en fonction, d'une part, du nombre d'ions existant par unité de volume à la fin d'un trait brillant et, d'autre part, en fonction de l'intensité I du courant de charge. Dans le cas qui nous occupe, la

relation générale se réduit à

$$dT = IT \frac{dN_1}{N_1} \frac{1}{I - c N_1 e^{-\mu T}}$$

et peut s'écrire, en vertu du corollaire précédent

$$dT = IT \frac{N_1 - N_0}{3 N_1} \frac{1}{I - c N_1 e^{-\mu T}} \frac{dV}{V}.$$

Conclusion. — Il résulte de là que dT et dV sont de même signe et, par suite, lorsque la vitesse v du courant d'air croît, le temps T qui sépare deux traits lumineux diminue. Or, l'espace qui sépare deux traits brillants consécutifs dans l'étincelle étalée par un courant d'air est égale à vT . Quand on augmente l'intensité du soufflage, on voit que, dans le terme vT , le facteur T diminue et l'on comprend alors qu'il puisse en être de même du produit vT malgré l'augmentation du facteur v . Ainsi s'explique le rapprochement inattendu des traits lumineux.

APPENDICE I.

Nous avons, dans le Chapitre III, négligé l'action que les ions libres exercent sur le champ magnétique (1) et nous avons posé, en conséquence,

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 0.$$

Voyons maintenant si, sans faire cette supposition, on peut prévoir, théoriquement, l'existence de traits lumineux dans l'étincelle.

Admettons, sous les réserves indiquées plus haut, que l'équation de Gauss soit valable, et écrivons les relations qui lient n , m , X aux variables x et t

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} + K \frac{\partial(nX)}{\partial x} &= (Qn + Q'm)X^2, \\ \frac{\partial m}{\partial t} - K' \frac{\partial(mX)}{\partial x} &= (Qn + Q'm)X^2, \\ \frac{\partial I}{\partial x} &= 4\pi P(n - m),\end{aligned}$$

à quoi il faut joindre l'équation du condensateur

$$aL \frac{dX_A}{dt} + P(Kn_A + K'm_A)X_A = I.$$

Comme il est d'abord croissant et qu'il ne peut évidemment croître indéfiniment, tout revient à montrer que X ne tend pas vers une limite supérieure à X_0 , quand t croît indéfiniment. Or, s'il en était ainsi, pour une valeur suffisamment grande de t et une valeur donnée de x , X serait à peu près constant; les équations ci-dessus étant toujours applicables, puisque la limite est supé-

(1) Cf. p. 28 et suivantes.

rieure à X_0 , on aurait, en tous les points de la coupure,

$$\frac{\partial(n-m)}{\partial t} = 0$$

et, par suite,

$$\frac{\partial}{\partial x}(KnX + K'mX) = 0.$$

D'après l'équation du condensateur, on voit alors que le courant ionique est indépendant de t ; on aurait donc, quel que soit x ,

$$\frac{\partial}{\partial t}(n-m) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(Kn + K'm)X = 0,$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = 0:$$

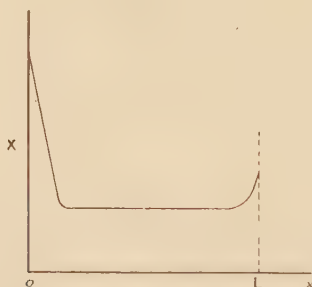
d'où il résulte, quel que soit x ,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial t} = 0.$$

On retombe ainsi sur l'état d'équilibre étudié par J.-J. Thomson. Mais cet état d'équilibre peut-il être réalisé ou doit-il être considéré seulement comme une moyenne d'états voisins?

L'expérience montre que la force électrique X , dans une zone assez large située au milieu de la coupure, est sensiblement indé-

Fig. 12.



pendante de x , quand l'étincelle a pris l'état d'équilibre ou de pseudo-équilibre que nous étudions en ce moment. On a donc, dans cette zone,

$$n = m$$

et, par conséquent,

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial m}{\partial x} = 0.$$

On en déduit que les quantités $\frac{\partial n}{\partial t}$ et $\frac{\partial m}{\partial t}$ sont alors supérieures à une quantité différente de zéro, ce qui est en contradiction avec la conclusion

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial t} = 0$$

à laquelle nous étions arrivés plus haut.

On en conclut que X , après s'être maintenu pendant un certain temps à des valeurs supérieures à X_0 , devient inférieur à X_0 . Il y a donc dans l'étincelle une succession de périodes bien distinctes. Pendant les unes, le choc des ions contre les molécules neutres produit de nouveaux ions; elles correspondent à un grand dégagement de chaleur et à une vive lumière. Pendant les autres, la force électrique est insuffisante pour donner à l'ion libre la force vive nécessaire à la formation de nouveaux ions; cette période correspond à ce que nous avons appelé *la vidange*, pendant laquelle le phénomène a un bien moindre éclat lumineux.

Le raisonnement précédent est des plus généraux et serait également valable si les équations du milieu avaient la forme suivante :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + K \frac{\partial}{\partial x}(Xn) = f(n, X),$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} - K' \frac{\partial}{\partial x}(Xm) = f(n, X),$$

quelle que soit la fonction $f(n, X)$ pourvu qu'elle soit positive. Cette dernière condition est très vraisemblablement réalisée, même si l'on ne néglige pas la recombinaison des ions.

Enfin, pour que la théorie ci-dessus tînt compte de tous les facteurs qui peuvent influencer sur la variation du nombre des ions en un point donné, il faudrait que les résultats auxquels je suis parvenu subsistassent quand on introduit dans les équations un terme correspondant à la diffusion.

Il suffirait, pour qu'il en soit ainsi, que les coefficients de diffusion fussent les mêmes pour les ions positifs et négatifs. Mais il est impossible, en l'état actuel de nos connaissances, de comparer

entre elles les valeurs de ces coefficients. On est donc réduit à faire des hypothèses, parmi lesquelles celles de l'égalité des deux coefficients ne semble pas, *a priori*, devoir être rejetée.

Il y a lieu, d'ailleurs, de se rappeler que la diffusion semble peu influer sur la nature de la décharge et qu'on est sans doute en droit, dans les calculs, de négliger les termes correspondants.

APPENDICE II.

Je résumerai ci-après ⁽¹⁾ les méthodes et les résultats des mesures que j'ai faites sur les trois bobines de 10^{cm}, 20^{cm} et 30^{cm}, mises obligeamment à ma disposition par M. Joly.

1. MÉTHODES.

RÉSISTANCES. — Les résistances des circuits primaire et secondaire ont été mesurées par la méthode du pont de Wheatstone.

COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION. — *a. Circuit primaire.* — J'ai relié les deux bornes primaires à une source de courant alternatif et j'ai mesuré l'intensité du courant et le voltage aux bornes.

Un fréquencesmètre de précision (fréquencesmètre Abraham) permettait de déterminer le nombre de périodes par seconde.

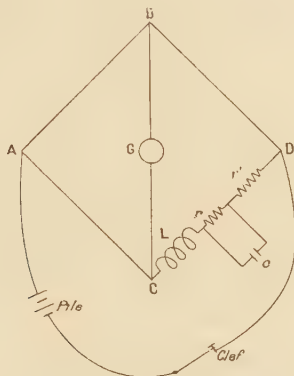
Le quotient des indications du voltmètre par celles de l'ampèremètre donnait la valeur de l'impédance du circuit secondaire pour les différentes valeurs du courant; connaissant la résistance du circuit et la fréquence, il était facile d'en déduire le coefficient de self-induction en fonction de l'intensité.

b. Circuit secondaire. — La même méthode n'a pu être appliquée à la détermination du coefficient de self-induction du circuit secondaire; car il aurait été nécessaire, pour obtenir des résultats

(1) J'ai fait usage des résultats de ces mesures pages 19 et 20.

précis, de posséder une source de courant alternatif de plusieurs milliers de volts. J'ai donc eu recours à la méthode de Pirani, dont je rappellerai successivement le principe.

Fig. 13.



Sur une des branches CD d'un pont de Wheatstone se trouvent le circuit dont on veut mesurer le coefficient de self-induction et deux boîtes de résistances r et r' ; en dérivation aux bornes de la première boîte, on place un condensateur C ; G est un galvanomètre balistique. Les résistances du pont sont réglées pour qu'en régime permanent le spot du galvanomètre soit à zéro. On cherche pour quelle valeur ρ de r ($r + r'$ restant constant) le spot demeure au zéro pendant l'établissement du courant. On a

$$L = C\rho^2.$$

CAPACITÉS. — *a. Capacité primaire.* — La capacité du circuit primaire est négligeable devant celle des condensateurs Fizeau; leur capacité sera donnée plus loin.

b. Capacité secondaire. — M. Walter ⁽¹⁾ semble être le premier qui se soit préoccupé de rechercher l'ordre de grandeur de cette capacité; de ses expériences il a déduit que, pour l'appareil qu'il employait, la capacité était de $1,1 \cdot 10^{-6}$ microfarad. Oberbeck a trouvé par le calcul, pour la même bobine, une valeur 450 fois plus forte.

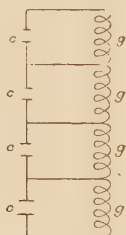
(1) WALTER, *Wiedemann Annalen*, t. LXVI, 1898, p. 623.

D'après M. Armagnat ⁽¹⁾, « il semble que, pour la théorie des bobines, le nombre de Walter représente mieux la capacité propre du secondaire des bobines moyennes ».

Devant l'imprécision des connaissances actuelles, je me suis proposé de rechercher la valeur de la capacité primaire pour les trois bobines que j'ai employées. Tout d'abord, il y a lieu de remarquer que la capacité secondaire d'une bobine est produite par la présence de deux couches de conducteurs voisins à des potentiels sensiblement différents? Les bobines construites par la maison Carpentier sont constituées par des galettes superposées, formées d'une seule couche de fil enroulé en spirales; ce sont les parties métalliques des deux galettes consécutives qui jouent, l'une par rapport à l'autre, le rôle des armatures d'un condensateur.

Supposons la capacité c de deux galettes voisines concentrée aux extrémités de l'enroulement de ces galettes; la bobine peut être représentée schématiquement par la figure ci-dessous :

Fig 14.



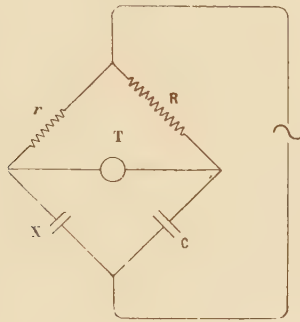
Tout se passe comme si les capacités c étaient remplacées par une capacité unique $\frac{c}{n}$, où n représente la moitié du nombre des galettes.

Il semble donc qu'on puisse admettre que si $2n$ est le nombre des galettes qui constituent le secondaire d'une bobine d'induction, et si la capacité de deux galettes successives est c , la capacité secondaire de la bobine est égale approximativement à $\frac{c}{n}$.

(1) ARMAGNAT, *La bobine d'induction*; Gauthier-Villars, 1905.

Pour déterminer la valeur de c , j'ai sectionné le fil réunissant deux galettes consécutives et j'ai mesuré la capacité du condensateur ayant pour armatures les spirales de fil qui constituent ces deux galettes. La *boîte pour la mesure des capacités* que j'ai employée était formée par un pont de Wheatstone alimenté par une source à courant alternatif; ses caractéristiques résultent de la figure et de la légende ci-dessous :

Fig. 15.



T est un récepteur téléphonique ;

r est une résistance à laquelle on peut donner à volonté les valeurs de 10, 100, 1000 et 10000 ohms ;

R est une résistance variable de 10 en 10 ohms de 10 à 11100 ohms ;

C est une capacité fixe de $\frac{1}{100}$ de microfarad ;

X est la capacité à mesurer.

2. CARACTÉRISTIQUES DES APPAREILS ET RÉSULTATS DES MESURES.

1° Circuit primaire.

Désignation des caractéristiques et des constantes.	Bobines		
	de 10 ^{cm} d'étincelle.	de 20 ^{cm} d'étincelle.	de 30 ^{cm} d'étincelle.
Diamètre du fil.....	1 ^{mm} , 5	2 ^{mm}	2 ^{mm}
Nombre de spires.....	280	300	465
Résistance.....	0,4 ohm	0,28 ohm	0,44 ohm
Coefficient de self-induction.	0,017 henry	0,021 henry	0,05 henry
	(pour une intensité comprise entre 1 et 5 ampères)		
Capacité.....	0,5 de microfarad	de 0,18 à 1,89 microfarad	de 0,15 à 2,35 microfarad

2^e Circuit secondaire.

Désignation des caractéristiques et des constantes.	Bobines		
	de 10 ^{cm} d'étincelle.	de 20 ^{cm} d'étincelle.	de 30 ^{cm} d'étincelle.
Diamètre du fil.....	0 ^{mm} , 15	0 ^{mm} , 2	0 ^{mm} , 2
Nombre de galettes.....	500	500	750
Nombre de spires par galette.	60	60	60
Pas des spires.....	0 ^{mm} , 3	0 ^{mm} , 45	0 ^{mm} , 45
Rayon de la spire intérieure..	45 ^{mm}	60 ^{mm}	75 ^{mm}
Épaisseur du papier imprégné entre 2 galettes voisines ..	0 ^{mm} , 25	0 ^{mm} , 25	0 ^{mm} , 25
Résistance	10030 ohms	8200 ohms	10980 ohms
Coefficient de self-induction.	225 henrys	270 henrys	530 henrys
Capacité de 2 galettes voisines.	de $\frac{2}{10^4}$ à $\frac{3}{10^4}$ microfarad ⁽¹⁾	$\frac{3}{10^4}$ microfarad ⁽²⁾	$\frac{4}{10^4}$ microfarad ⁽³⁾
Capacité totale de la bobine.	$\frac{0,8}{10^6}$ microfarad	$\frac{1,2}{10^6}$ microfarad	$\frac{0,4}{10^6}$ microfarad

(¹) La formule $C = K \times \frac{S}{4\pi e}$ donne, comme valeur de la capacité de deux galettes voisines, pour $K = 2$,

$$C = \frac{2,1}{10^4} \text{ microfarad.}$$

En effet,

$$S = 2\pi \times 0,15 [45 + (45 + 0,3) + (45 + 2 \times 0,3) + \dots + (45 + 59 \times 0,3)] \text{ mm}^2,$$

d'où

$$C = \frac{1}{9 \times 10^4} \times \frac{S}{0,025} = \frac{2,1}{10^4} \text{ microfarad.}$$

La concordance entre les mesures et le calcul est donc entièrement satisfaisante.

(²) Un calcul identique à celui de la note (¹) a donné comme valeur de la capacité $\frac{3}{10^4}$ microfarad.

(³) On trouve, par le calcul, $\frac{4,5}{10^4}$ microfarad.

RÉSUMÉ.

— — —

En résumé, les travaux que nous avons entrepris au sujet des inducteurs portent sur deux points : la *longueur* et la *constitution* des étincelles que ces appareils peuvent fournir.

I. Sur le premier point, MM. Walter, Mizuno et Armagnat avaient affirmé l'existence d'un maximum de longueur des étincelles pour une certaine valeur de la capacité primaire, tandis que M. Klingelfuss avait prétendu que ce maximum ne pouvait exister avec des bobines bien construites. Nous avons pu concilier ces deux thèses en montrant que le maximum, dont parlaient MM. Walter, Mizuno et Armagnat, dépend du fonctionnement plus ou moins parfait de l'interrupteur placé sur le primaire et qu'il n'existerait pas si les ruptures du courant se faisaient de façon absolument brusque.

II. Sur le second point, nous avons réussi, en employant la méthode de soufflage, à dissocier l'étincelle en deux parties : les traits brillants et la nappe violette. Chacune de ces parties a fait l'objet de recherches distinctes.

III. Pour les traits brillants, nous avons déterminé expérimentalement l'influence sur leur écartement d'une variation de la longueur de l'étincelle secondaire. Nous avons constaté que cette influence était différente, pour les étincelles courtes, de ce qu'elle est pour les étincelles longues.

IV. Nous avons établi une théorie qui, contrairement à toutes celles qui l'ont précédée, permet d'expliquer les faits, aussi bien pour les étincelles longues que pour les courtes.

V. Pour la nappe violette, nous avons déterminé sa nature en la décomposant par un courant d'air très violent et en montrant qu'elle est formée d'oscillations autour d'une valeur moyenne et que ces oscillations très rapides sont dues à la capacité du secondaire de l'inducteur.

VI. Enfin nous avons observé, au cours de ces recherches, un phénomène accessoire : le rapprochement des traits brillants pour des valeurs du courant d'air croissantes et supérieures à la valeur critique. Nous avons indiqué la possibilité d'une explication théorique de ce fait inattendu.

VII. Dans un Appendice, nous avons étendu la théorie des traits lumineux à un cas plus général que celui que nous avons traité dans le texte et nous nous sommes libérés des principales suppositions simplificatives que nous avons faites précédemment.

Vu et approuvé :

Paris, le 27 décembre 1912.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES.

PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 27 décembre 1912.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.



SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Densité de vapeurs (Détermination des poids moléculaires par).

Vu et approuvé :

Paris, le 27 décembre 1912.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

PAUL APPELL.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 27 décembre 1912.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

L. LIARD.

51301 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS.

Quai des Grands-Augustins, 55.
